CodeMAT – Évaluation formative 2 – MAT3053 – CORRIGÉ

SECTION A : QUESTIONS À RÉPONSES COURTES

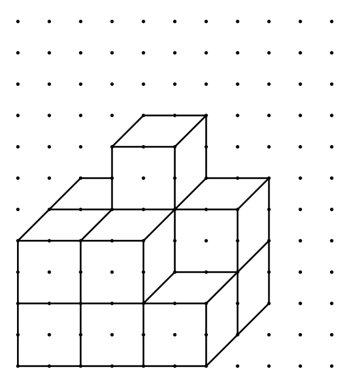
1. Simplifie les expressions algébriques suivantes. Classe-les en ordre croissant selon la valeur de leur exposant.

Expression A	Expression B	Expression C	Expression D
$\left(\frac{a^5}{a^2 \cdot a}\right)^3 =$ $\boldsymbol{\left(\frac{a^5}{a^3}\right)^3} =$ $\boldsymbol{(a^2)^3}$ $\boldsymbol{a^6}$	$\sqrt{b^3 \cdot b^7} =$ $\sqrt{\boldsymbol{b^{10}}} =$ $\boldsymbol{(b^{10})^{1/2}} =$ $\boldsymbol{b^5}$	$\frac{c^7 \cdot c^{-1}}{c^{-4} \cdot c^9} =$ $\boldsymbol{\frac{c^7 \cdot c^4}{c^1 \cdot c^9}} =$ $\boldsymbol{\frac{c^{11}}{c^{10}}} =$ $\boldsymbol{c^1} =$ $\boldsymbol{c}$	$\sqrt[3]{\frac{d^{18}}{d^{12}}} =$ $\sqrt[3]{\boldsymbol{d^6}} =$ $\boldsymbol{(d^6)^{1/3}} =$ $\boldsymbol{d^2}$

Réponse : Expression C, expression D, expression B et expression A

2. Voici la vue de dessus d'un assemblage de cubes. Les chiffres indiquent le nombre de cubes superposés. Représente la vue de face de ce solide à l'aide de de la perspective cavalière.

2	3	2
2	2	1



3. Le volume d'un prisme à base carré est de 99 cm³ et sa hauteur mesure 11 cm.

Quelle est l'aire totale de ce prisme?

Mesure du côté de la base

$\mathbf{V = c^2 \cdot h}$

$\mathbf{99 = c^2 \cdot 11}$

$\mathbf{9 = c^2}$

$\mathbf{3\ cm = c}$

Aire de la base du prisme

$\mathbf{A_b = c^2}$

$\mathbf{A_b = 3^2}$

$\mathbf{A_b = 9\ cm^2}$

Aire latérale

$\mathbf{A_l = P_b \cdot h}$

$\mathbf{A_l = 4 \cdot 3 \cdot 11}$

$\mathbf{A_l = 132\ cm^2}$

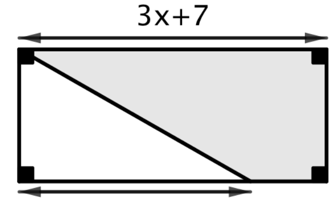
Aire totale

$\mathbf{A_t = A_b \cdot 2 + A_l = 9 \cdot 2 + 132 = 150\ cm^2}$

Réponse : 150 cm²

4. L'aire du rectangle ci-contre est représenté par l'expression algébrique $(15x^2 + 35x)$ dm². La hauteur de ce rectangle est représentée par un monôme.

Quelle est l'aire de la section ombragée?



Mesure de la hauteur du rectangle

Aire ÷ b = h

$\mathbf{(15x^2 + 35x) \div (3x + 7) = 5x}$

Mesure de la petite base

$\mathbf{(3x + 7) - (2x + 1) =}$

$\mathbf{3x + 7 - 2x - 1 =}$

$\mathbf{x + 6}$

Aire du trapèze gris

$$\mathbf{A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}}$$

$$\mathbf{A = \frac{((3x + 7) + (x + 6)) \cdot 5x}{2}}$$

$$\mathbf{A = \frac{(4x + 13) \cdot 5x}{2}}$$

$$\mathbf{A = \frac{20x^2 + 65x}{2}}$$

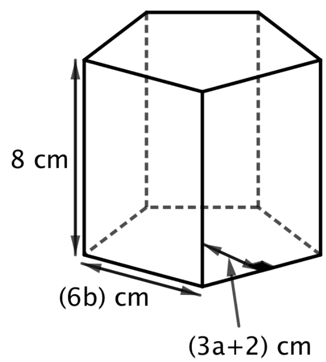
$$\mathbf{A = 10x^2 + 32,5x}$$

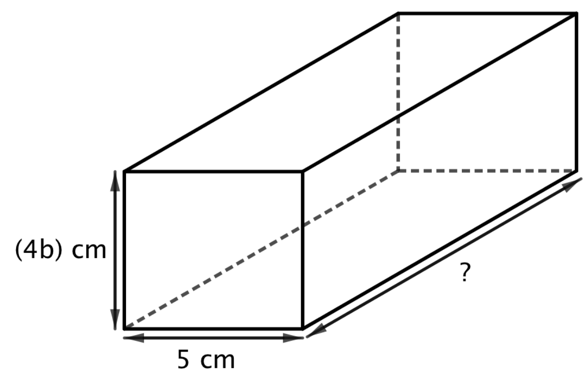
Réponse : $\mathbf{(10x^2 + 32,5x)\ dm^2}$

SECTION B : QUESTIONS À DÉVELOPPEMENT

5. LES PRISMES DROITS

Les deux prismes illustrés ci-dessous ont le même volume.





Quel est le binôme représentant la mesure manquante dans le prisme à base rectangulaire?

Volume du prisme à base pentagonale

V prisme $= \mathbf{A_b \cdot h} = \left(\frac{\mathbf{c \cdot a \cdot n}}{\mathbf{2}}\right) \cdot \mathbf{h}$

V prisme $= \left(\frac{(6b) \cdot (3a+2) \cdot 5}{2}\right) \cdot 8$

V prisme $= \left(\frac{(18ab+12b) \cdot 5}{2}\right) \cdot 8$

V prisme $= \left(\frac{90ab+60b}{2}\right) \cdot 8$

V prisme $= (45ab+30b) \cdot 8$

V prisme $= 360ab + 240b$

Prisme à base rectangulaire

Aire de la base

$\mathbf{A} = \mathbf{b \cdot h} = (4b) \cdot 5 = 20b$

Mesure de la hauteur

V prisme $\div \mathbf{A_b} = \mathbf{h}$

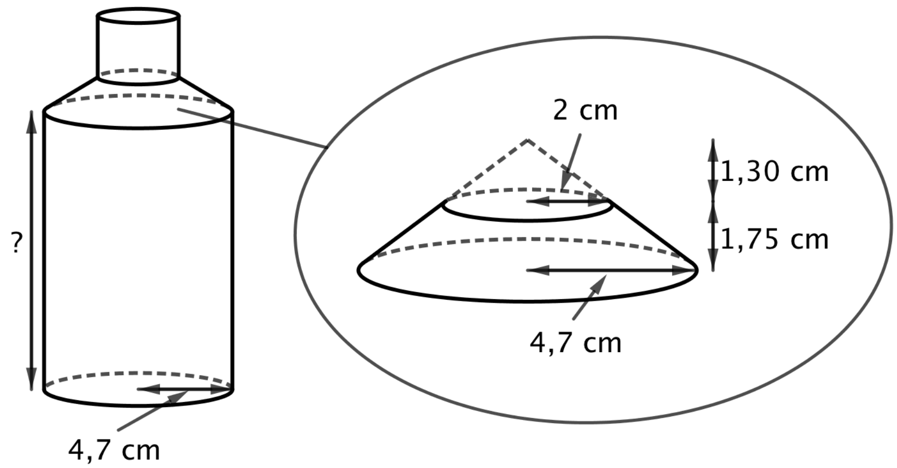
$(360ab + 240b) \div 20b = 18a + 12$

Réponse : $(18a + 12)$ **cm**

6. LA BOUTEILLE RECYCLÉE

Une compagnie veut commercialiser des bouteilles de sport à base de plastique recyclé. Chaque bouteille pourra contenir jusqu'à 1,087 litre.

Un concepteur graphique a élaboré le croquis ci-dessous.



La bouteille sera formée de trois sections :

- le bouchon sera un cylindre de 2 cm de rayon et de 4 cm de hauteur. Le bouchon sera creux, c'est-à-dire qu'il pourra contenir du liquide;
- la partie du bas sera un cylindre;
- la section du milieu sera un tronc de cône.

Quelle sera la hauteur de la section du bas?

Volume du bouchon

$\mathbf{V = \pi \cdot r^2 \cdot h}$

$\mathbf{V = \pi \cdot 2^2 \cdot 4}$

$\mathbf{V = 16\pi}$ **cm³ ou** $\mathbf{50,27}$ **cm³**

$\mathbf{50,27}$ **cm³ →** $\mathbf{50,27}$ **ml**

Hauteur totale du cône

$\mathbf{1,30 + 1,75 = 3,05}$

Volume de la section du milieu

V section milieu = V grand cône – V petit cône

V grand cône $= \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$ **V petit cône** $= \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$

V grand cône $= \dfrac{\pi \cdot 4{,}7^2 \cdot 3{,}05}{3}$ **V petit cône** $= \dfrac{\pi \cdot 2^2 \cdot 1{,}3}{3}$

V grand cône = 70,55 cm³ **V petit cône =** $\mathbf{5,45}$ **cm³**

70,55 cm³ → 70,55 ml $\mathbf{5,45}$ **cm³ →** $\mathbf{5,45}$ **ml**

V section milieu = 70,55 $\mathbf{- 5,45 = 65,1}$ **ml**

Volume du cylindre

$\mathbf{1,087}$ **L →** $\mathbf{1087}$ **ml**
$\mathbf{1087 - 50,27 - 65,1 = 971,63}$ **ml**
$\mathbf{971,63}$ **ml →** $\mathbf{971,63}$ **cm³**

Hauteur du cylindre

$\mathbf{V = \pi \cdot r^2 \cdot h}$

$\mathbf{971,63 = \pi \cdot 4,7^2 \cdot \mathit{h}}$

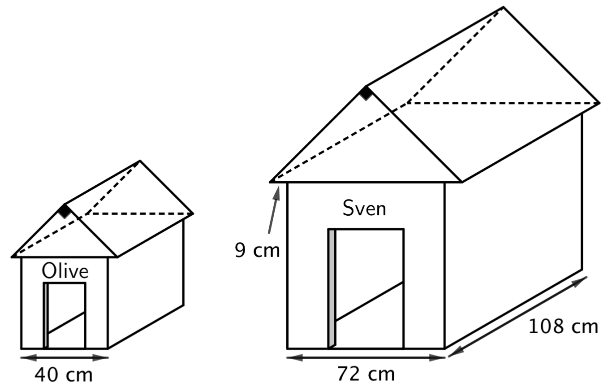
$\mathbf{14 = \mathit{h}}$

<u>Réponse</u> : 14 cm

7. LES NICHES POUR CHIENS

Un homme désire construire deux niches semblables pour ses chiens, Olive et Sven.

La base des niches aura la forme d'un prisme à base rectangulaire et le toit sera un prisme dont la base est un triangle rectangle isocèle comme le montre l'illustration ci-contre. Pour simplifier la construction, l'homme a construit les deux prismes séparément avant de les assembler.



Pour construire les niches, l'homme utilisera des panneaux en bois résistant aux intempéries.

Le nombre de panneaux nécessaires est déterminé à l'aide du tableau ci-contre.

Le coût unitaire d'un panneau est de 58,50 $.

Voici des informations additionnelles concernant les deux niches :

- Avant de retirer l'espace pour l'entrée, l'aire latérale du prisme à base rectangulaire de la niche de Sven était de 27 216 cm²;
- La surface retirée pour l'entrée de la niche d'Olive est de 120 cm².

Nombre de panneaux nécessaires selon la surface en cm²	
Surface (en cm²)	Nombre de panneaux nécessaires
[46 450, 55 740[	6
[55 740, 65 030[	7
[65 030, 74 320[	8
[74 320, 83 610[	9
[83 610, 92 900[	10
[92 900, 102 190[	11
[102 190, 111 480[	12

Quel sera le coût des panneaux pour la construction des deux niches?

<u>Aire du toit de la niche de Sven (prisme à base triangulaire</u>

<u>Mesure de l'hypoténuse du triangle</u>

$72 + 9 + 9 = 90$ **cm**

<u>Mesure de chaque cathète (Pythagore)</u>

$$2a^2 = 90^2$$
$$a^2 = 4\,050$$
$$a = 63,64 \text{ cm}$$

<u>Aire du prisme à base triangulaire</u>

$$\mathbf{A}_{\text{totale}} = \mathbf{A}_{\text{base}} \cdot 2 + \mathbf{A}_{\text{latérale}}$$
$$\mathbf{A}_{\text{totale}} = \left(\frac{\mathbf{b} \cdot \mathbf{h}}{2}\right) \cdot 2 + \mathbf{P_b} \cdot \mathbf{h}$$
$$\mathbf{A}_{\text{totale}} = \left(\frac{63,64 \cdot 63,64}{2}\right) \cdot 2 + (2 \cdot 63,64 + 90) \cdot 108$$
$$\mathbf{A}_{\text{totale}} = 4\,050 + 23\,466,24 = 27\,516,24 \text{ cm}^2$$

<u>Aire de la base de la niche de Sven (prisme à base rectangulaire)</u>

$$\mathbf{A}_{\text{totale}} = \mathbf{A}_{\text{base}} \cdot 2 + \mathbf{A}_{\text{latérale}}$$
$$\mathbf{A}_{\text{totale}} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{h} \cdot 2 + \mathbf{A}_{\text{latérale}}$$
$$\mathbf{A}_{\text{totale}} = 72 \cdot 108 \cdot 2 + 27\,216$$
$$\mathbf{A}_{\text{totale}} = 7\,776 \cdot 2 + 27\,216 = 42\,768 \text{ cm}^2$$

<u>Rapports des aires</u>

$$k = \frac{72}{40} = 1,8$$
$$k^2 = 1,8^2 = 3,24$$

<u>Surface de l'entrée de la niche de Sven</u>

$$120 \cdot 3,24 = 388,8 \text{ cm}^2$$

<u>Aire totale de la niche de Sven</u>

$\mathbf{A}_t$ **prisme à base triangulaire (toit)** $+$ $\mathbf{A}_t$ **prisme à base rectangulaire (base)** $-$ **surface entrée**

$$27\,516,24 + 42\,768 - 388,8 = 69\,895,44 \text{ cm}^2$$

<u>Aire totale de la niche d'Olive</u>

$$k^2 = 3,24$$
$$69\,895,44 \div 3,24 = 21\,572,\overline{66} \text{ cm}^2$$

<u>Aire totale des niches d'Olive et Sven</u>

$$62\,119,44 + 21\,572,\overline{66} = 91\,468,11 \text{ cm}^2$$

<u>Nombres de panneaux nécessaires</u>

$91\,468,11 \text{ cm}^2 \rightarrow 10$ **panneaux**

<u>Coût des panneaux</u>

$$10 \cdot 58,50 = 585 \text{ \$}$$

<u>Réponse</u> : 585 $