CODEMAT La fonction quadratique

Table des matières

La fonction quadratique

La fonction quadratique et les paramètres a et b

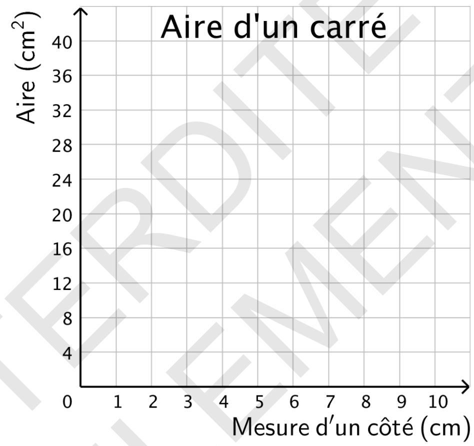
Théorie et mise en situation

Exemple :

Pour déterminer l'aire d'un carré, on utilise la formule suivante : Aire = c^2.

Complète la table de valeurs et le graphique ci-dessous pour représenter la relation entre la mesure d'un côté d'un carré (en cm) et son aire (en cm^2).

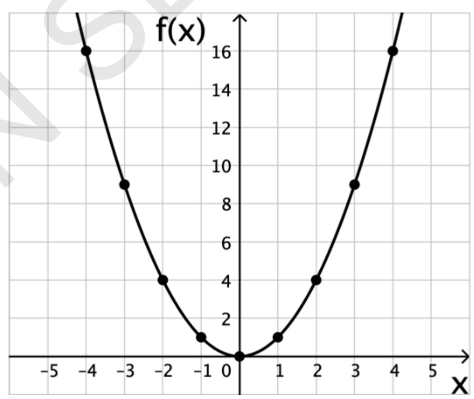
Mesure d'un côté (cm)	1	2	3	4	5	6
Aire du carré (cm^2)						



La **règle** de la fonction **quadratique** de **base** s'écrit sous la forme $\boldsymbol{f(x) = x^2}$.
Cette fonction se nomme également fonction **polynomiale du second degré**.

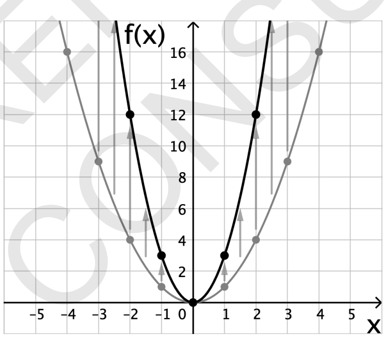
Forme de base :
$f(x) = x^2$

x	$f(x)$
-2	$(-2)^2 =$
-1	$(-1)^2 =$
0	$(0)^2 =$
1	$(1)^2 =$
2	$(2)^2 =$
3	$(3)^2 =$

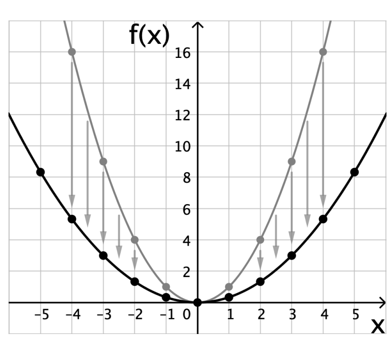


La règle de la fonction **transformée** s'écrit sous la forme $\boldsymbol{f(x) = a\big(b(x-h)\big)^2 + k}$.

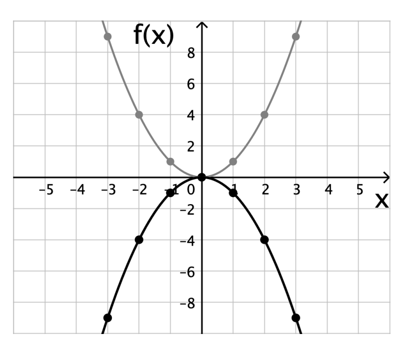
Rôle du paramètre $\boldsymbol{a}$ de la règle de la fonction quadratique $\rightarrow \boldsymbol{f(x) = ax^2}$



Lorsque $\boldsymbol{a > 1}$, la **parabole** subit un **étirement vertical**.



Lorsque $\boldsymbol{0 < a < 1}$, la **parabole** subit une **contraction verticale.**



Lorsque $\boldsymbol{a < 0}$, la **parabole** subit une **réflexion** par rapport à **l'axe des abscisses.**

Exemple :
À l'aide des fonctions données, complète la table de valeurs.

$f(x) = x^2$

$g(x) = 2x^2$

$h(x) = \frac{1}{2}x^2$

$i(x) = -x^2$

x	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	4	1	0	1	4	9
$g(x)$			0			
$h(x)$			0		2	$\frac{9}{2}$
$i(x)$			0	-1	-4	-9

× **2**

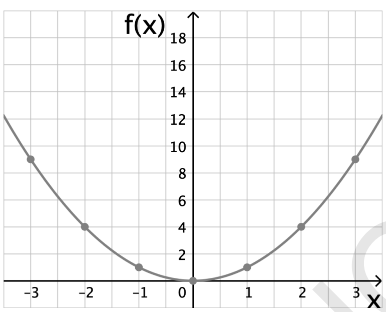
× $\frac{1}{2}$

× **-1**

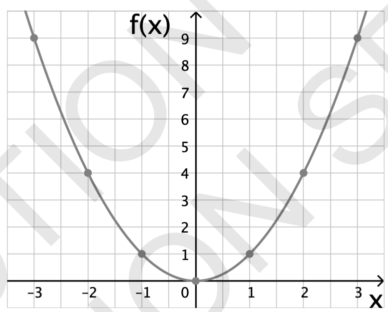
Exercices

1. La fonction quadratique de base est représentée dans les plans cartésiens ci-dessous. Dans chaque cas, représente la fonction transformée lorsqu'on modifie la valeur du paramètre a.

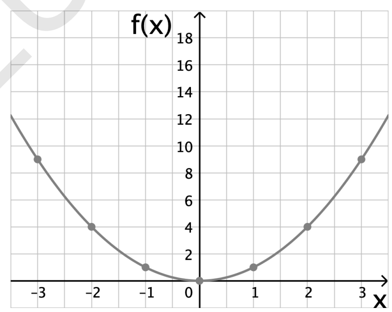
a) $a = 2 \rightarrow f(x) = 2x^2$



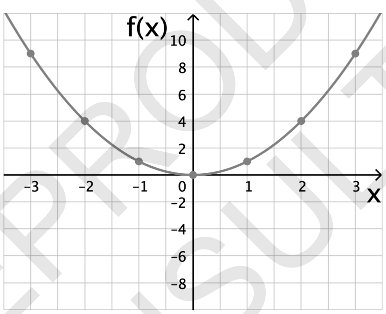
b) $a = \frac{1}{2} \rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x^2$



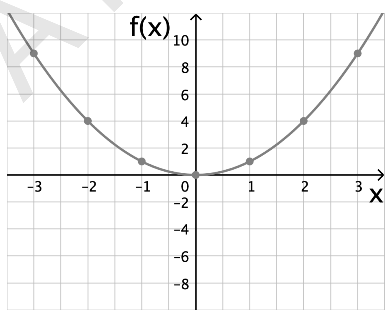
c) $a = 3 \rightarrow f(x) = 3x^2$



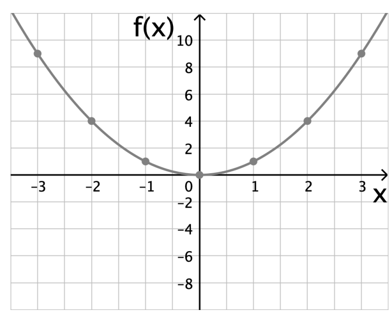
d) $a = -1 \rightarrow f(x) = -x^2$



e) $a = -2 \rightarrow f(x) = -2x^2$



f) $a = -\frac{1}{2} \rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x^2$



2. À l'aide des fonctions données, complète la table de valeurs.

$f(x) = x^2$

$g(x) = 5x^2$

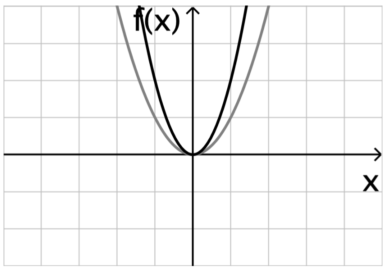
$h(x) = \frac{1}{4}x^2$

$i(x) = -3x^2$

x	-2	-1	0	1	2	3	6	10
$f(x)$								
$g(x)$								
$h(x)$								
$i(x)$								

3. Dans chaque graphique, la fonction de base et une fonction transformée sont représentées. Associe chacune des fonctions avec les valeurs possibles du paramètre a et la description qui lui correspond.

Fonction f



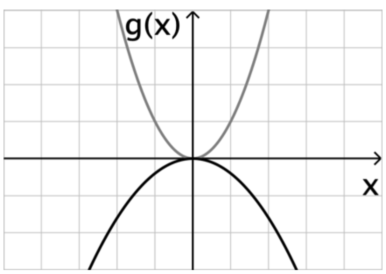
A

$0 < a < 1$

Description 1

La courbe a subi une contraction verticale et une réflexion par rapport à l'axe des abscisses.

Fonction g



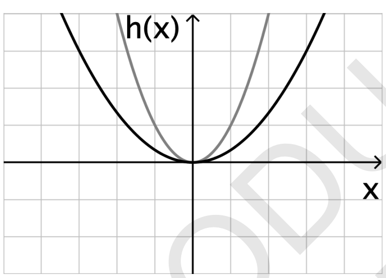
B

$a < -1$

Description 2

La courbe a subi un étirement vertical.

Fonction h



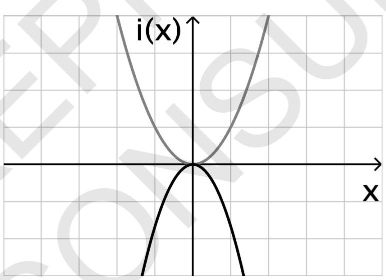
C

$a > 1$

Description 3

La courbe a subi un étirement vertical et une réflexion par rapport à l'axe des abscisses.

Fonction i



D

$-1 < a < 0$

Description 4

La courbe a subi une contraction verticale.

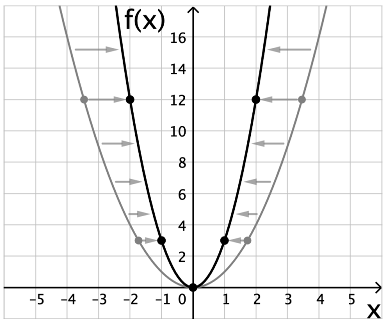
Réponse : Fonction f Valeurs possibles du paramètre a : ________ Description : ________

Fonction g Valeurs possibles du paramètre a : ________ Description : ________

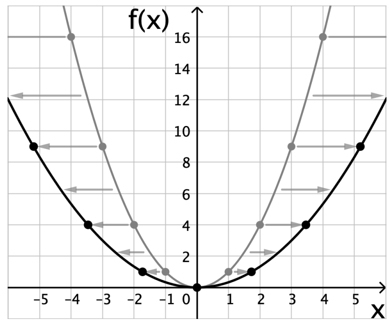
Fonction h Valeurs possibles du paramètre a : ________ Description : ________

Fonction i Valeurs possibles du paramètre a : ________ Description : ________

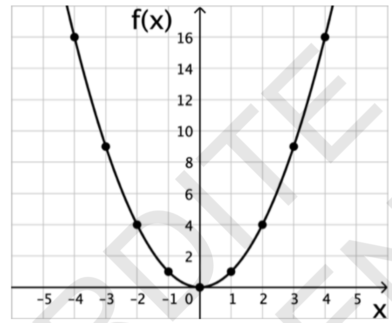
Rôle du paramètre $\boldsymbol{b}$ de la règle de la fonction quadratique $\rightarrow \boldsymbol{f(x) = (bx)^2}$



Lorsque $\boldsymbol{b > 1}$, la **parabole** subit une **contraction horizontale**.



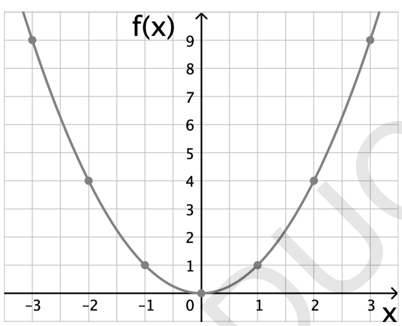
Lorsque $\boldsymbol{0 < b < 1}$, la **parabole** subit un **étirement horizontal**.



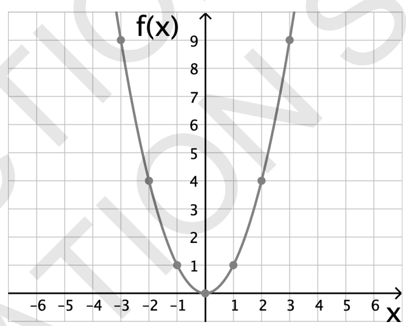
Lorsque $\boldsymbol{b < 0}$, la **parabole** subit une **réflexion** par rapport à **l'axe des ordonnées.**

4. La fonction quadratique de base est représentée dans les plans cartésiens ci-dessous. Dans chaque cas, représente la fonction transformée lorsqu'on modifie la valeur du paramètre b.

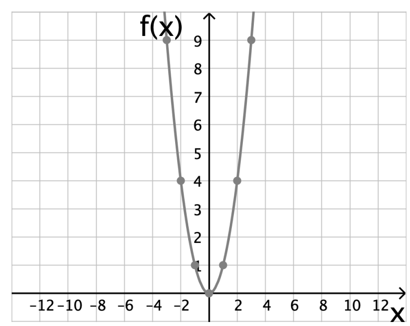
a) $b = 2 \rightarrow f(x) = (2x)^2$



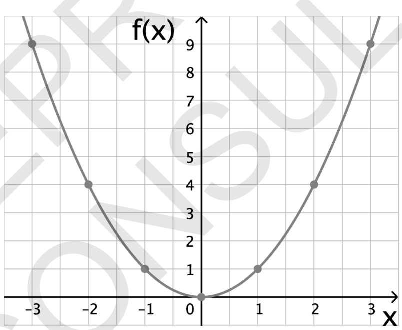
b) $b = \frac{1}{2} \rightarrow f(x) = \left(\frac{1}{2}x\right)^2$



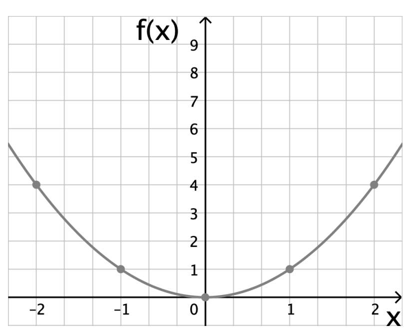
c) $b = \frac{1}{4} \rightarrow f(x) = \left(\frac{1}{4}x\right)^2$



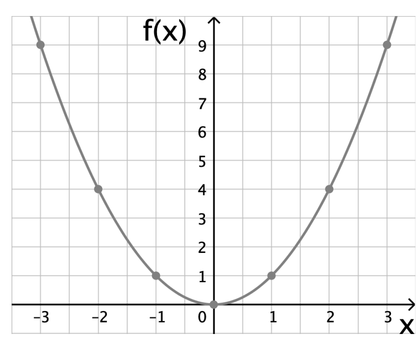
d) $b = -1 \rightarrow f(x) = (-x)^2$



e) $b = 3 \rightarrow f(x) = (3x)^2$

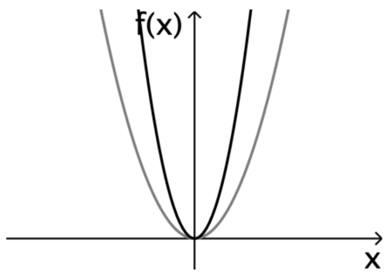


f) $b = -2 \rightarrow f(x) = (-2x)^2$

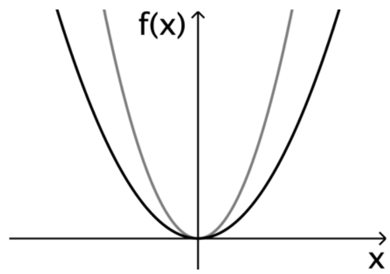


5. Dans chaque plan cartésien, la fonction de base et une fonction transformée sont représentées. Associe chacune des fonctions transformées avec la règle qui lui correspond le mieux.

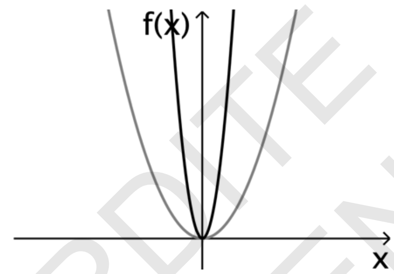
Graphique 1



Graphique 2



Graphique 3



A $f(x) = \left(\frac{2}{3}x\right)^2$

B $f(x) = (-3x)^2$

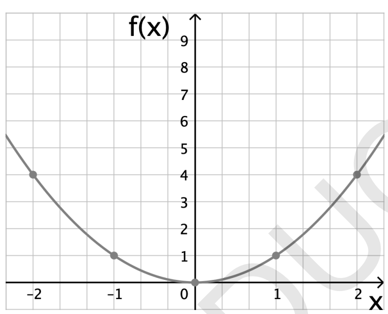
C $f(x) = \left(\frac{5}{3}x\right)^2$

Réponse : Graphique 1 → ______ Graphique 2 → ______ Graphique 3 → ______

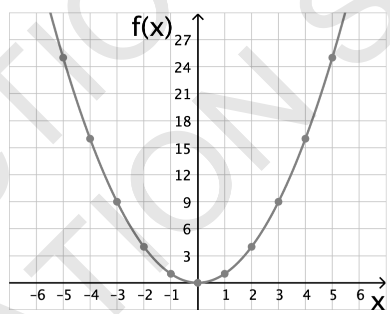
6. À l'aide de la fonction de base représentée dans les plans cartésiens, représente les fonctions données.

Indice

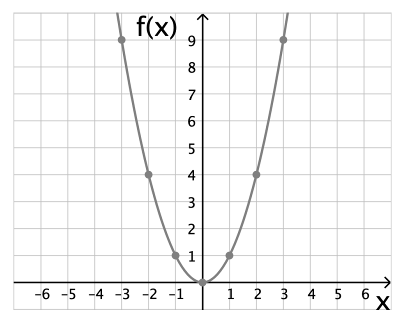
a) $f(x) = 2(3x)^2$



b) $f(x) = 3\left(\frac{1}{2}x\right)^2$



c) $f(x) = \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{3}x\right)^2$



À l'aide de manipulations algébriques, il est possible de **combiner** les paramètres $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$.

$$\boldsymbol{f(x) = a(bx)^2 \rightarrow f(x) = ax^2}$$

Exemple 1 :

$f(x) = 3\left(\frac{1}{2}x\right)^2$

$f(x) = 3 \cdot \_\_\_\_\_\_^2 \cdot \_\_\_\_\_\_^2$

$f(x) = 3 \cdot \_\_\_\_\_\_ \cdot x^2$

$f(x) = \_\_\_\_\_\_ \cdot x^2$

Exemple 2 :

$g(x) = \frac{1}{4}(-6x)^2$

$g(x) = \frac{1}{4} \cdot \_\_\_\_\_\_^2 \cdot \_\_\_\_\_\_^2$

$g(x) = \frac{1}{4} \cdot \_\_\_\_\_\_ \cdot x^2$

$g(x) = \_\_\_\_\_\_ \cdot x^2$

7. Pour chacune des règles données, applique des manipulations algébriques pour passer de la forme $f(x) = a(bx)^2$ à la forme $f(x) = ax^2$.

a) $f(x) = 2(3x)^2$

b) $f(x) = -4\left(\frac{1}{2}x\right)^2$

c) $f(x) = \frac{1}{3}(-6x)^2$

Réponse : ________________ Réponse : ________________ Réponse : ________________

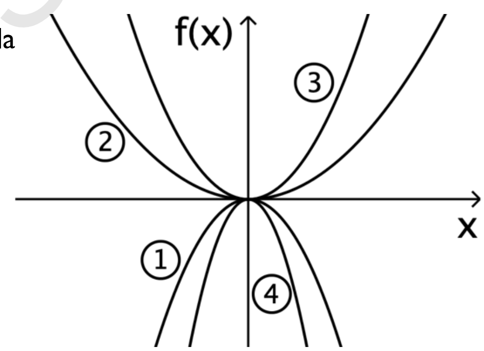
d) $f(x) = -(2x)^2$

e) $f(x) = \frac{5}{9}\left(\frac{3}{5}x\right)^2$

f) $f(x) = -\frac{2}{3}(-3x)^2$

Réponse : ________________ Réponse : ________________ Réponse : ________________

8. Associe chacune des règles des fonctions suivantes avec la représentation graphique qui lui correspond le mieux.



A $f(x) = x^2$

B $f(x) = 5\left(-\frac{1}{3}x\right)^2$

C $f(x) = -\frac{1}{2}(2x)^2$

D $f(x) = -4\left(\frac{1}{2}x\right)^2$

Réponse : Fonction A → ______ Fonction B → ______ Fonction C → ______ Fonction D → ______

9. La représentation graphique des fonctions f et g est identique.

Indice

$$f(x) = 6\left(\frac{1}{2}x\right)^2 \qquad g(x) = a(3x)^2$$

Détermine la valeur du paramètre a de la fonction g.

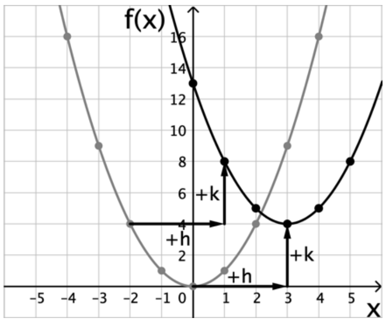
Réponse : ________________

La forme canonique et les paramètres h et k

Théorie et mise en situation

Théorie

Rôle des paramètres $\boldsymbol{h}$ et $\boldsymbol{k}$ de la règle de la fonction quadratique $\rightarrow \boldsymbol{f(x) = (x - h)^2 + k}$



Le paramètre $\boldsymbol{h}$ correspond à une **translation horizontale** de tous les points de la parabole.

Le paramètre $\boldsymbol{k}$ correspond à une **translation verticale** de tous les points de la parabole.

La règle de la fonction **quadratique transformée** qui s'écrit sous la forme

$$\boldsymbol{f(x) = a\big(b(x - h)\big)^2 + k}$$

est nommée la **forme canonique**.

À l'aide de manipulations algébriques, il est possible de combiner les paramètres $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$.

$$\boldsymbol{f(x) = a(x - h)^2 + k}$$

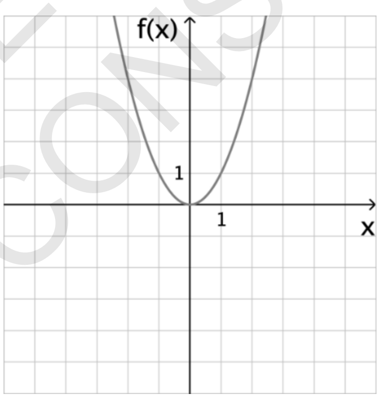
Caractéristiques de la fonction quadratique :

- elle se nomme aussi la fonction **polynomiale du second degré**;
- dans un plan cartésien, elle est représentée par une **parabole**;
- les **coordonnées** du **sommet** de la parabole sont représentées par le couple $(\boldsymbol{h}, \boldsymbol{k})$;
- les **deux branches** de la parabole sont **symétriques** par rapport à l'axe de symétrie dont l'équation est $\boldsymbol{x = h}$.

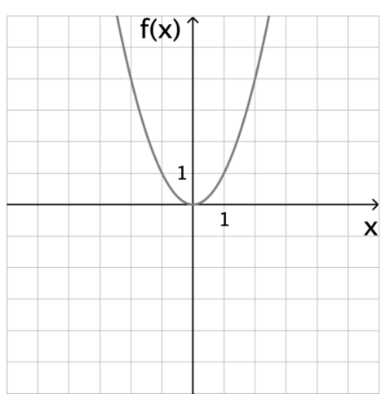
Exercices

1. La fonction quadratique de base est représentée dans les plans cartésiens ci-dessous. Dans chaque cas, représente la fonction transformée lorsqu'on modifie la valeur des paramètres h et k.

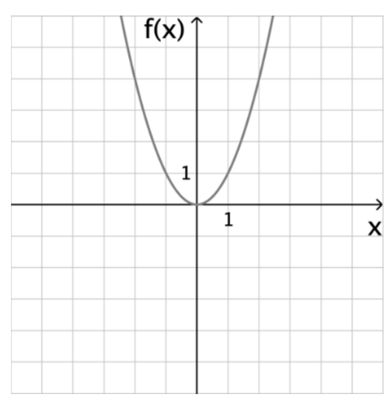
a) $h = 2$, $k = -5$ $\rightarrow f(x) = (x - 2)^2 - 5$



b) $h = -4$, $k = 1$ $\rightarrow f(x) = (x + 4)^2 + 1$



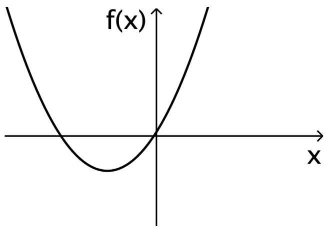
c) $h = 3$, $k = -4$ $\rightarrow f(x) = (x - 3)^2 - 4$



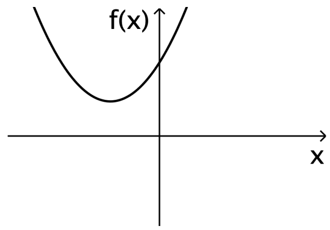
2. Associe chacune des règles des fonctions polynomiales du second degré avec le graphique correspondant.

Fonction 1	Fonction 2	Fonction 3	Fonction 4
$f(x) = 2(x-3)^2 + 4$	$f(x) = \frac{1}{2}(x+3)^2 + 4$	$f(x) = \frac{1}{2}(x+3)^2 - 4$	$f(x) = 2(x-3)^2 - 4$

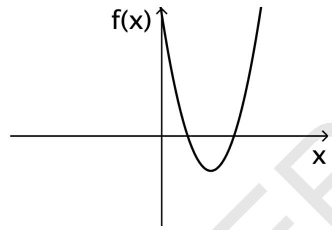
Graphique A



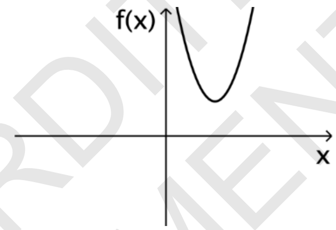
Graphique B



Graphique C



Graphique D



Réponse : Fonction 1 → _______ Fonction 2 → _______ Fonction 3 → _______ Fonction 4 → _______

3. Les règles de trois fonctions quadratiques sont données ci-dessous.

$\boxed{f(x) = (x-4)^2}$ $\boxed{g(x) = 2(x-4)^2}$ $\boxed{h(x) = 2(x-4)^2 + 1}$

a) À l'aide de ces fonctions, complète la table de valeurs ci-dessous.

x	$f(x)$	$g(x)$	$h(x)$
-2			
0			
2			
7			
10			

b) Pour une même abscisse, décris la modification que subira l'ordonnée d'un point en passant :

1. de la fonction f à la fonction g.

Réponse : ____

____

2. de la fonction g à la fonction h.

Réponse : ____

____

c) Détermine les coordonnées des sommets des paraboles de ces fonctions.

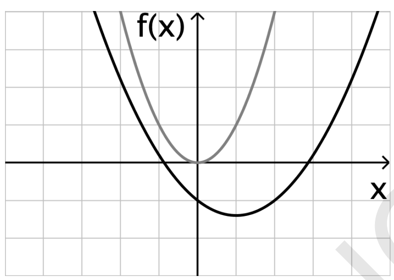
Réponse : Fonction f → _________ Fonction g → _________ Fonction h → _________

4. À l'aide des fonctions f et g, réponds aux questions suivantes.

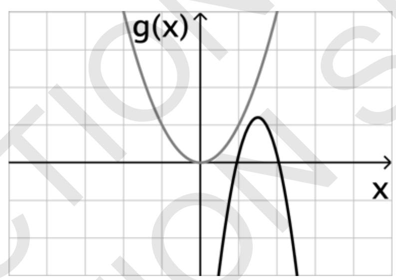
	$f(x) = -5(x-8)^2 + 4$	$g(x) = \frac{1}{8}(x+4)^2 - 5$
a) Quelles sont les coordonnées du sommet de la parabole?	Réponse : ________________	Réponse : ________________
b) Quelle est l'équation de l'axe de symétrie de la parabole?	Réponse : ________________	Réponse : ________________
c) Est-ce que la parabole est orientée vers le haut ou le bas?	Réponse : ________________	Réponse : ________________
d) Lorsqu'on compare la fonction avec celle de base, sa représentation graphique subit-elle une contraction verticale ou un étirement vertical?	Réponse : ________________	Réponse : ________________

5. La fonction quadratique de base ainsi qu'une fonction transformée sont représentées dans chacun des plans cartésiens ci-dessous.

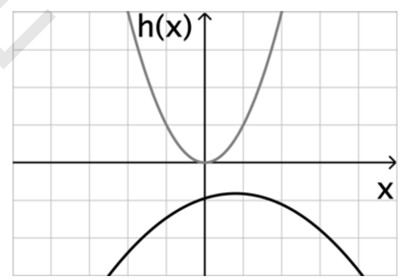
Fonction 1



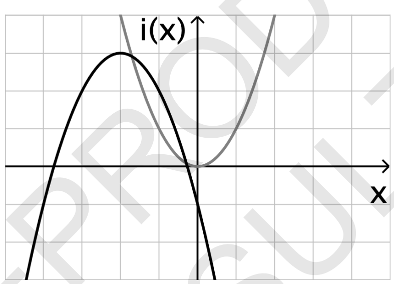
Fonction 2



Fonction 3

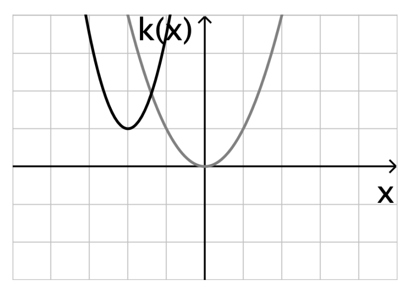


Fonction 4



Fonction 5

Fonction 6



Associe chacune des fonctions transformées avec la description appropriée.

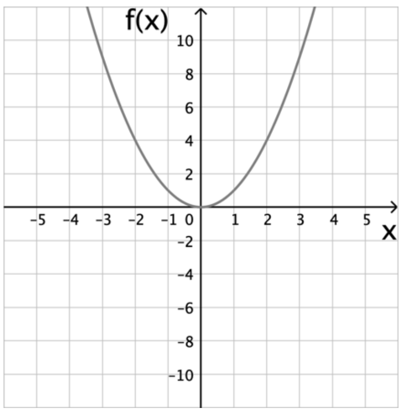
A	B	C	D	E	F	G	H
$a > 1$	$0 < a < 1$	$a > 1$	$a < -1$	$-1 < a < 0$	$a = -1$	$a < -1$	$0 < a < 1$
$h < 0$	$h > 0$	$h < 0$	$h < 0$	$h > 0$	$h < 0$	$h > 0$	$h > 0$
$k > 0$	$k < 0$	$k < 0$	$k > 0$	$k < 0$	$k > 0$	$k > 0$	$k > 0$

Réponse : Fonction 1 → ______ Fonction 2 → ______ Fonction 3 → ______

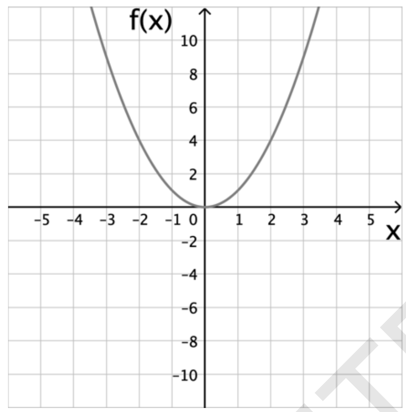
Fonction 4 → ______ Fonction 5 → ______ Fonction 6 → ______

6. La fonction quadratique de base est représentée dans les plans cartésiens ci-dessous. Dans chaque cas, représente la fonction quadratique transformée demandée.

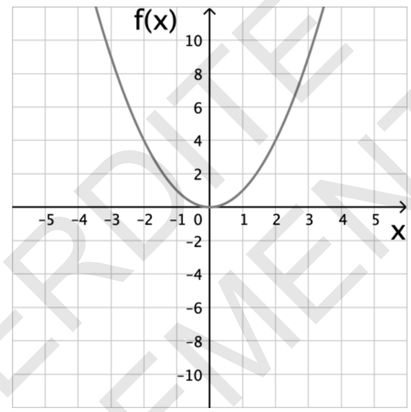
a) $f(x) = (x-1)^2 - 2$



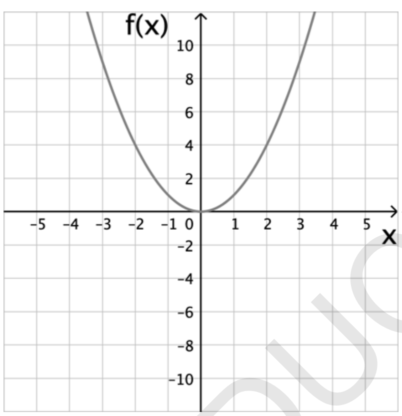
b) $f(x) = 2(x+1)^2$



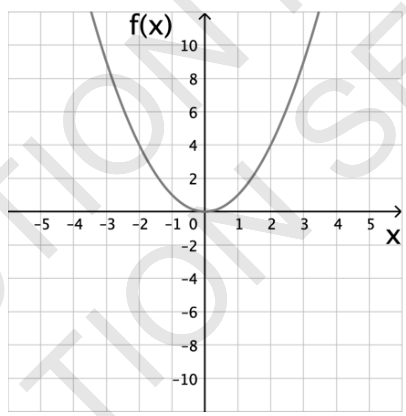
c) $f(x) = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$



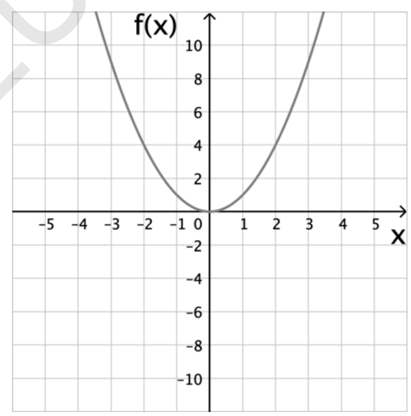
d) $f(x) = -2(x-3)^2 + 4$



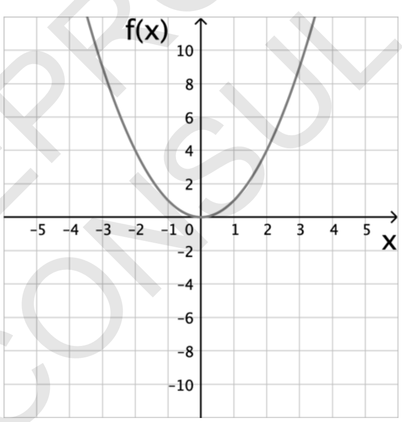
e) $f(x) = \frac{1}{2}(x+1)^2 - 8$



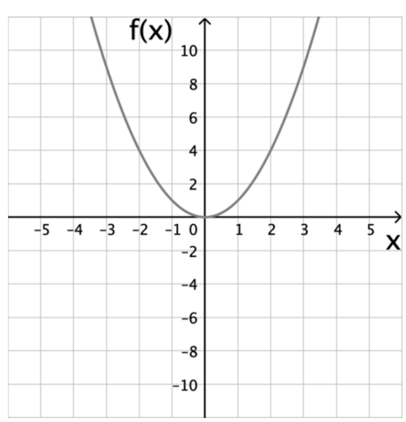
f) $f(x) = 2(x+2)^2$



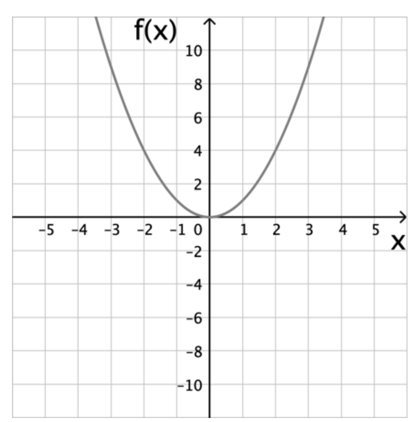
g) $f(x) = -x^2 + 6$



h) $f(x) = -2(x+1)^2 + 10$



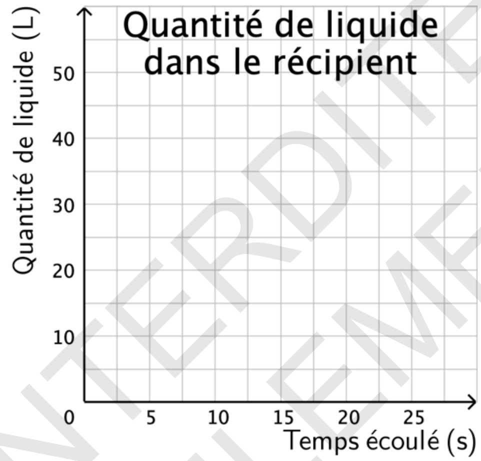
i) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4$



7. Lors d'une expérience, un chercheur doit vider le liquide contenu dans un récipient, puis le remplir. La durée de ce processus est de 25 secondes. La règle de la fonction qui décrit cette situation est $f(x) = \frac{1}{5}(x - 10)^2$ dans laquelle x représente le temps écoulé (en secondes) et $f(x)$, la quantité de liquide dans le récipient (en litres).

a) Représente cette situation dans une table de valeurs et un graphique.

Quantité de liquide dans le récipient	
Temps écoulé (secondes)	Quantité de liquide (litres)
0	
5	
10	
20	
25	



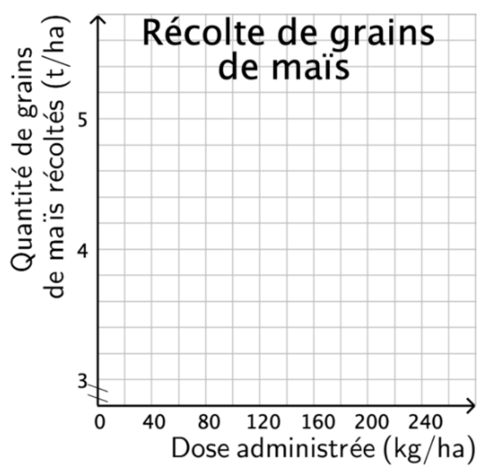
b) Quelle est la différence entre la quantité de liquide dans le récipient au début et à la fin de l'expérience?

Réponse : ______________________

8. Dans le but de vanter la performance d'un nouvel engrais, une compagnie a commandé une étude pour montrer les avantages de son utilisation. Dans cette étude, on y montre la règle $g(x) = -\frac{1}{8000}(x - 120)^2 + 5$ dans laquelle x représente la dose d'engrais administrée (en kg/hectare) et $f(x)$, la quantité de grains de maïs récoltés (en tonnes/hectare).

a) Représente cette situation dans une table de valeurs et un graphique.

Récolte de grains de maïs	
Dose administrée (kg/ha)	Quantité de grains de maïs récoltés (t/ha)
0	
80	
120	
160	
240	



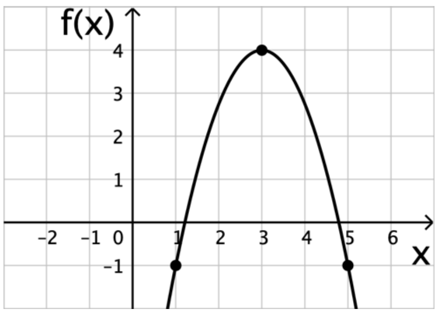
b) Un agriculteur qui semble être convaincu des bienfaits de cet engrais voudrait l'utiliser pour son terrain de 50 hectares. Si les résultats de l'étude s'avèrent véridiques, quelle quantité de grains de maïs devrait-il récolter en utilisant l'engrais à son plein potentiel?

Réponse : ______________________

La recherche de la règle de la fonction sous la forme canonique
Théorie

Déterminer la règle d'une fonction quadratique sous sa **forme canonique** à l'aide des coordonnées du **sommet** de la parabole et d'un **couple**.

Exemple1 :
Quelle est la règle de la fonction quadratique illustrée ci-dessous?



Étape 1 :
Remplacer les coordonnées du sommet de la parabole dans la règle.

$f(x) = a(x - h)^2 + k$

$f(x) = a(x - \_\_\_\_\_)^2 + \_\_\_\_\_$

Étape 2 :
Remplacer les coordonnées d'un point dans la règle.

$\_\_\_\_\_ = a(\_\_\_\_\_ - 3)^2 + 4$

$-1 = \_\_\_\_\_\ a + 4$

Étape 3 :
Isoler le paramètre a.

$\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\ a$

$\_\_\_\_\_ = a$

La règle de la fonction est $f(x) =$ ____________________

Exemple 2 :
Une fonction polynomiale du second degré est représentée dans la table de valeurs ci-dessous.

Détermine la règle de cette fonction.

x	$g(x)$
4	14
5	12,25
6	11
7	10,25
8	10
9	10,25
10	11

Étape 1 :
Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole et les remplacer dans la règle.

$g(x) = a(x - h)^2 + k$

$g(x) = a(x - \_\_\_\_\_)^2 + \_\_\_\_\_$

Étape 2 :
Remplacer les coordonnées d'un point dans la règle.

$\_\_\_\_\_ = a(\_\_\_\_\_ - 8)^2 + 10$

$14 = \_\_\_\_\_\ a + 10$

Étape 3 :
Isoler le paramètre a.

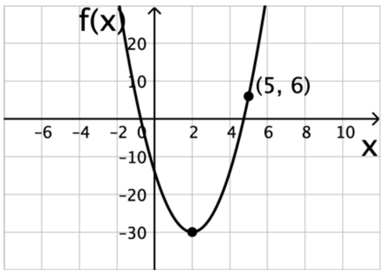
$\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\ a$

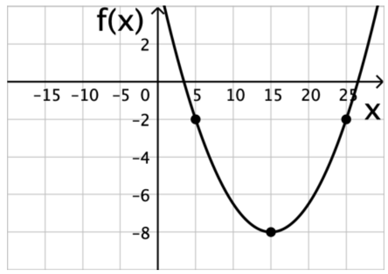
$\_\_\_\_\_ = a$

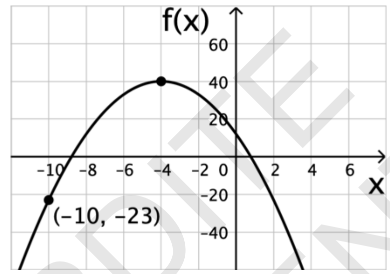
La règle de la fonction est $g(x) =$ ____________________

Exercices

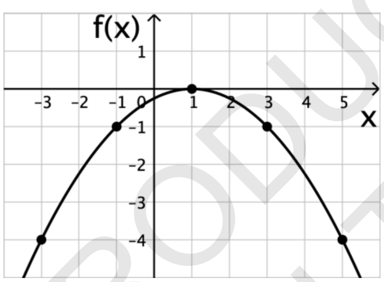
1. Détermine la règle de chacune des fonctions quadratiques suivantes.

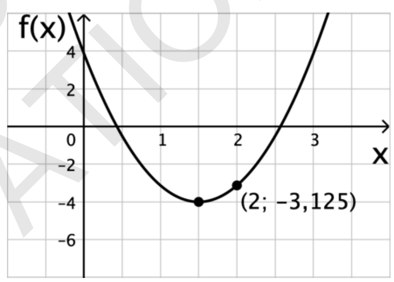
a)


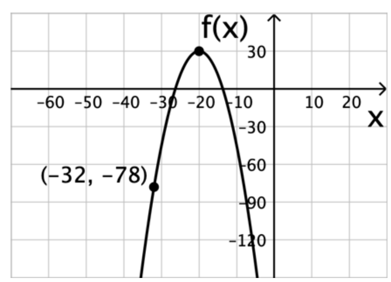
b)


c)


Réponse : ____________________ Réponse : ____________________ Réponse : ____________________

d)


e)


f)


Réponse : ____________________ Réponse : ____________________ Réponse : ____________________

2. Les tables de valeurs ci-dessous sont associées à des fonctions quadratiques. Dans chaque cas, détermine :

I. les coordonnées du sommet de la parabole associée à la fonction;

II. la règle de la fonction.

a)

x	2	3	4	5	6	7
$f(x)$	-8	2	8	10	8	2

I. ____________________

II. ____________________________

b)

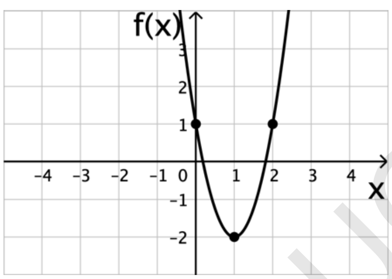
x	-4	-3	-2	-1	0	1
$f(x)$	13	-2	-7	-2	13	38

I. ____________________

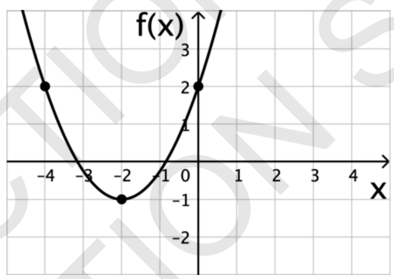
II. ____________________________

3. Associe chacune des représentations graphiques avec la règle qui lui correspond.

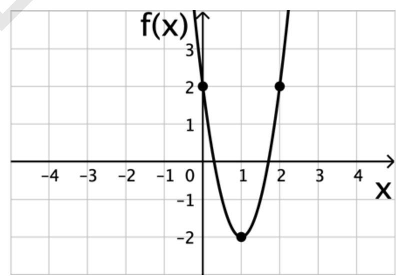
Fonction 1



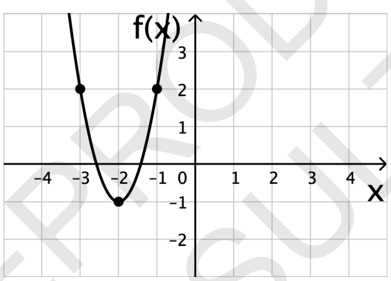
Fonction 2



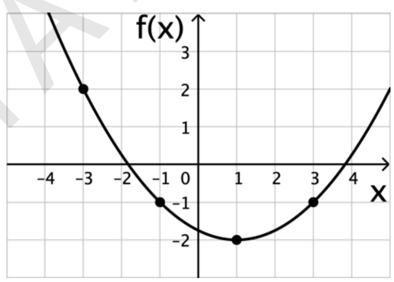
Fonction 3



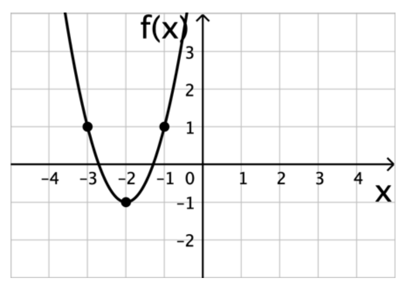
Fonction 4



Fonction 5



Fonction 6



Règle A	Règle B	Règle C	Règle D
$f(x) = 0{,}25(x-1)^2 - 2$	$f(x) = 2(x+2)^2 - 1$	$f(x) = 3(x-1)^2 - 2$	$f(x) = 0{,}75(x-1)^2 - 2$

Règle E	Règle F	Règle G	Règle H
$f(x) = 4(x-1)^2 - 2$	$f(x) = 0{,}75(x+2)^2 - 1$	$f(x) = 2(x-1)^2 - 2$	$f(x) = 3(x+2)^2 - 1$

Réponse : Fonction 1 → _______ Fonction 2 → _______ Fonction 3 → _______

Fonction 4 → _______ Fonction 5 → _______ Fonction 6 → _______

4. À l'aide des informations fournies, détermine les valeurs des paramètres manquants dans chaque cas.

a) $f(x) = a(x-8)^2 + 15$

Le point (6, -1) appartient à la fonction f.

Réponse : ____________________

b) $g(x) = \frac{1}{3}(x+7)^2 + k$

Pour cette fonction, $g(2) = 11$.

Réponse : ____________________

c) $h(x) = a(x-5)^2 + k$

La parabole h passe par le point (4, 13) et son sommet a une ordonnée de 1.

Réponse : ____________________

d) $i(x) = -\frac{1}{2}x^2 + k$

Le point (8, 3) appartient à la fonction i.

Réponse : ____________________

e) $j(x) = a(x-h)^2 - 6$

Le point (-3, -1) appartient à la fonction j et l'axe de symétrie de sa parabole est $x = -8$.

Réponse : ____________________

f) $k(x) = a(x-h)^2 + k$

Les coordonnées du sommet de la parabole k sont (1, 1) et l'ordonnée à l'origine de cette fonction est de 4.

Réponse : ____________________

g) $l(x) = 4(x-h)^2 + k$

Les points (-5, 153) et (7, 153) appartiennent à la fonction l.

Réponse : ____________________

h) $m(x) = -2(x-h)^2 + k$

La parabole m passe par le point (1, -235) et son sommet a une abscisse de -10.

Réponse : ____________________

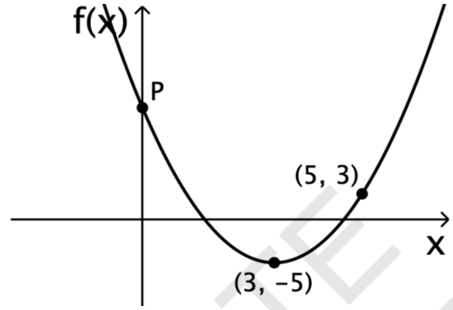
i) $n(x) = a(x-h)^2 - 12$

L'ordonnée à l'origine de la fonction n est -39 et pour cette fonction, $n(3) = n(15)$.

Réponse : ____________________

5. La fonction f est représentée dans le plan cartésien ci-contre.

Sachant que le point P est situé sur l'axe des ordonnées, détermine ses coordonnées.



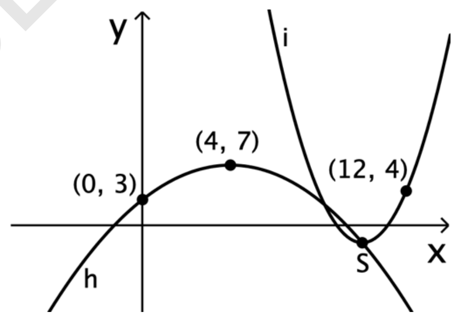
Réponse : ____________________

6. Les fonctions h et i sont représentées dans le plan cartésien ci-contre.

Le point S possède les caractéristiques suivantes :

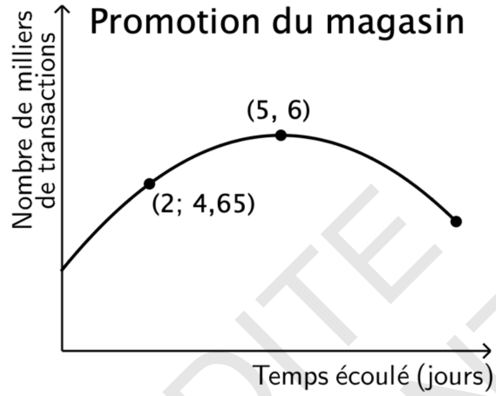
- il représente le sommet de la parabole i;
- il appartient aux fonctions h et i;
- son abscisse est de 10.

À l'aide des informations fournies, détermine la règle de la fonction i.



Réponse : ____________________

7. À chaque année, un magasin à grande surface offre une grande promotion qui attire de nombreux clients. Le directeur note que le nombre de transactions au magasin à l'approche de cette promotion et pendant les quelques jours qui la suivent suit un modèle quadratique. Le graphique ci-contre présente la situation.

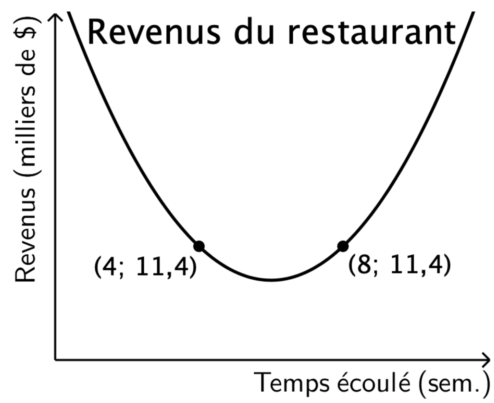


La promotion a eu lieu au 5e jour suivant le début des observations et a généré 6000 transactions. Pourtant, trois jours plutôt, on en comptait 4650.

Combien de transactions ont eu lieu en magasin au 9e jour suivant le début des observations?

Réponse : ______________________

8. À cause de mauvaises critiques, les revenus d'un restaurant ont décliné en suivant l'allure d'une fonction quadratique dont la règle est de la forme $f(x) = 0{,}85(x-h)^2 + k$. Un changement d'administration et une restructuration de l'équipe en cuisine ont toutefois permis de corriger la situation. Le graphique ci-contre montre la relation entre les revenus du restaurant (en milliers de dollars) et le temps écoulé depuis la critique négative (en semaines).



Selon les informations fournies, à combien se sont chiffrés les plus faibles revenus du restaurant?

Réponse : ______________________

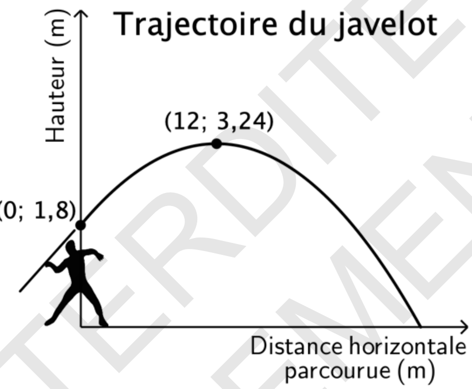
La recherche de données manquantes pour la fonction exprimée sous sa forme canonique

Théorie et mise en situation

Exemple :

Lors d'une compétition d'athlétisme, Walid a lancé un javelot qui a suivi une trajectoire parabolique telle qu'illustrée dans la figure ci-contre.

À l'aide des informations données, détermine la distance horizontale parcourue par le javelot.



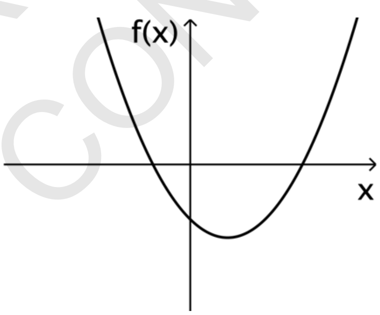
Réponse : ______________________

Théorie

Exemple 1 :

La règle de la fonction f est $f(x) = 2(x-1)^2 - 8$.

Quelles sont les abscisses à l'origine (ou zéros) de cette fonction?



Étape 1 :

Remplacer $f(x)$ par 0.

Étape 2 :

Isoler la variable x.

$f(x) = 2(x-1)^2 - 8$

______ $= 2(x-1)^2 - 8$

______ $= 2(x-1)^2$

______ $= (x-1)^2$

______ $= x - 1$

______ $= x - 1$

______ $= x_1 - 1$ ______ $= x_2 - 1$

______ $= x_1$ ______ $= x_2$

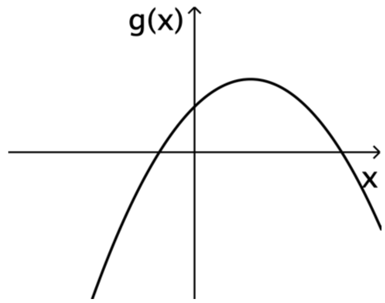
Réponse : Les abscisses à l'origine de la fonction f sont ______ et ______.

Exemple 2 :

La règle de la fonction g est

$$g(x) = -\frac{1}{3}(x-4)^2 + 1$$

Quelles sont les valeurs de x pour lesquelles $g(x) = -11$?



Étape 1 :
Remplacer $g(x)$ par -11.

Étape 2 :
Isoler la variable x.

$$g(x) = -\frac{1}{3}(x-4)^2 + 1$$

$\_\_\_\_\_\_ = -\frac{1}{3}(x-4)^2 + 1$

$\_\_\_\_\_\_ = -\frac{1}{3}(x-4)^2$

$\_\_\_\_\_\_ = (x-4)^2$

$\_\_\_\_\_\_ = x - 4$

$\_\_\_\_\_\_ = x - 4$

$\_\_\_\_\_\_ = x_1 - 4$ $\quad$ $\_\_\_\_\_\_ = x_2 - 4$

$\_\_\_\_\_\_ = x_1$ $\quad$ $\_\_\_\_\_\_ = x_2$

Réponse : ________ et ________

Exercices

1. À l'aide des fonctions ci-dessous, détermine les valeurs demandées.

$\boxed{f(x) = -5(x+1)^2 + 10}$ $\quad$ $\boxed{g(x) = \frac{1}{3}(x+4)^2 - 6}$ $\quad$ $\boxed{h(x) = -(x-10)^2 + 112}$

a) $g(8) = ?$

Réponse : ____________________

b) $h(6) = ?$

Réponse : ____________________

c) $x = ?$ si $f(x) = -35$

Réponse : ____________________

d) $x = ?$ si $h(x) = 12$

Réponse : ____________________

e) $x = ?$ si $g(x) = 21$

Réponse : ____________________

f) $x = ?$ si $f(x) = -15$

Indice

Réponse : ____________________

2. Détermine les abscisses à l'origine des fonctions données.

a) $f(x) = 2(x-3)^2 - 2$ b) $g(x) = -\frac{1}{3}(x+7)^2 + 3$ c) $h(x) = (x+6)^2$

Indice

Réponse : ________________ Réponse : ________________ Réponse : ________________

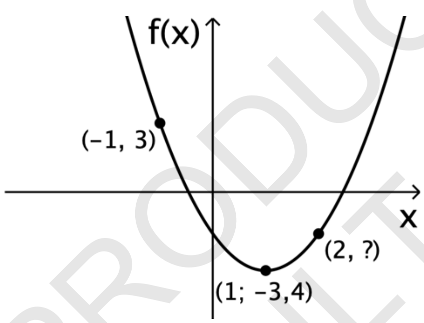
d) $i(x) = \frac{2}{5}(x-3)^2 - \frac{81}{10}$ e) $j(x) = -\frac{3}{2}(x-10)^2 + 96$ f) $k(x) = -\frac{1}{4}(x+3)^2 - 5$

Indice

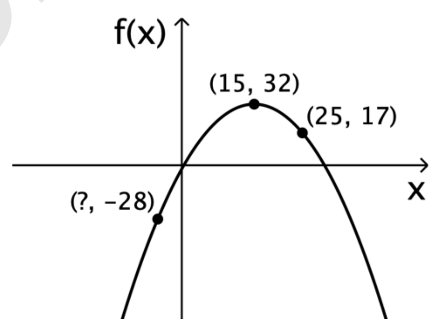
Réponse : ________________ Réponse : ________________ Réponse : ________________

3. Pour chaque fonction quadratique présentée, détermine la règle et la donnée manquante.

a)



b)



Règle : ________________________ Règle : ________________________

Donnée manquante : ______________ Donnée manquante : ______________

4. Un agent immobilier s'est intéressé à la valeur d'un condo au cours des 12 dernières années. La règle suivante permet de déterminer la valeur de la propriété selon le temps écoulé depuis le début de ses observations.

$f(x) = \frac{25}{8}(x-4)^2 + 250$ où x : Temps écoulé (en années)

$f(x)$: Valeur de la propriété (en milliers de $)

a) Quelle était la valeur de la propriété au début des observations?

Réponse : ______________________

b) Au cours de cette période, quelle était la plus petite valeur observée par l'agent immobilier?

Réponse : ______________________

c) Depuis combien d'années l'agent immobilier avait-il débuté ses observations lorsque le condo a atteint une valeur de 362 500 $?

Réponse : ______________________

5. Un acteur a débuté sa carrière en 2008 et a connu beaucoup de succès au cours des 15 années suivantes. La table de valeurs ci-dessous présente l'évolution du nombre d'abonnés à ses comptes de réseaux sociaux selon le temps écoulé depuis le début de sa carrière. Cette évolution suit un modèle quadratique.

Évolution du nombre d'abonnés à ses comptes de réseaux sociaux						
Temps écoulé (années)	6	7	8	9	10	11
Nombre d'abonnés (milliers)	375	393,75	400	393,75	375	381,25

a) Quelle est la règle associée à cette situation?

Réponse : ______________________

b) Pendant combien d'années le nombre d'abonnés à ses comptes de réseaux sociaux était-il d'au moins 243 750?

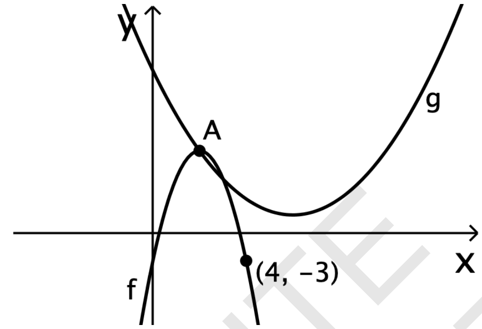
Réponse : ______________________

6. Les fonctions f et g sont représentées dans le plan cartésien ci-contre.

Le point A est le sommet de la parabole associée à la fonction f. Il appartient également à la fonction g et son ordonnée est de 9.

La règle de la fonction g est $g(x) = \frac{7}{16}(x-6)^2 + 2$.

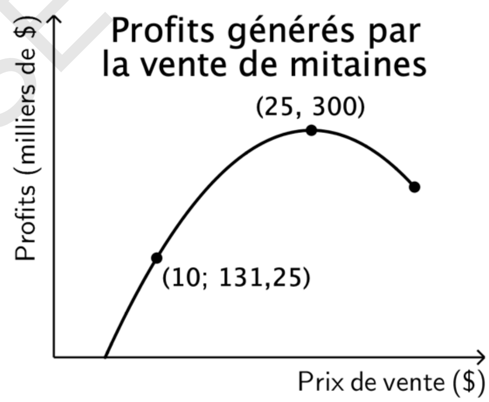
À l'aide des informations fournies, détermine $f(1)$.



Réponse : ______________________

7. Pour optimiser ses revenus, une entreprise qui vend des paires de mitaines a mandaté une firme pour étudier la relation entre le prix de vente de la paire de mitaines (en dollars) et les profits associés à leur vente (en milliers de dollars) en considérant le nombre de paires vendues et leur coût de fabrication. Le graphique ci-contre présente cette relation.

Les spécialistes de la firme ont spécifié que, compte tenu des paramètres de la situation, leur étude s'est concentrée sur les prix de vente inférieurs ou égaux à 35 $.



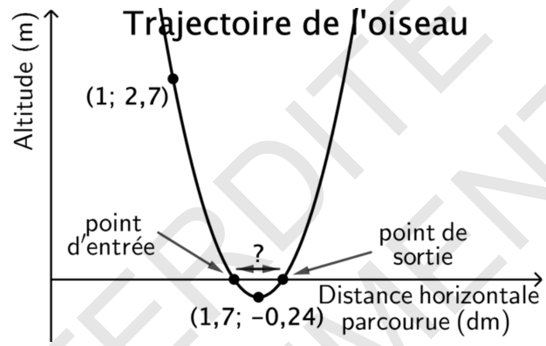
Dans le cadre de cette étude, pour quel prix de vente les profits générés seraient inférieurs de 33 000 $ à ceux générés pour un prix de vente de 35 $?

Réponse : ______________________

La recherche de données manquantes dans des problèmes contextuels pour la fonction exprimée sous sa forme canonique

Exemple 1 :

Jules étudie le comportement des oiseaux et il a récemment pu observer un martin-pêcheur, un oiseau qui peut capturer ses proies lorsqu'elles se trouvent près de la surface de l'eau. Un beau jour, Jules en a observé un en train de capturer un poisson. Le graphique ci-contre présente la relation entre l'altitude de l'oiseau (en mètres) et la distance horizontale parcourue (en décimètres).



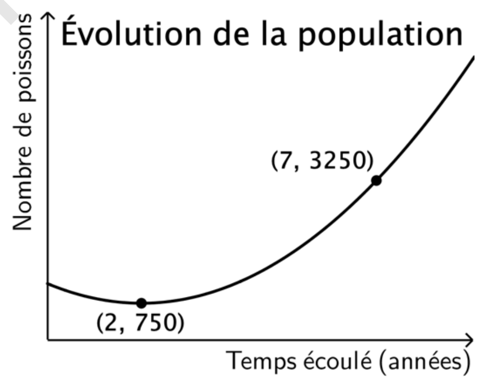
Quelle distance séparait les points d'entrée et de sortie de l'eau du martin-pêcheur?

Réponse : ___________________

Exemple 2 :

La population d'une espèce de poisson a été menacée par la présence d'algues dans les lacs d'une région. Des spécialistes ont observé la situation et des mesures ont été mises en place pour limiter la présence de ces algues. L'évolution du nombre de poissons a varié selon un modèle quadratique.

Le graphique ci-contre présente la population de cette espèce de poisson selon le temps écoulé depuis le début des observations par les spécialistes (en années).



Depuis le début des observations, combien d'années ont-elles été nécessaires afin que la population de cette espèce atteigne 5650 poissons?

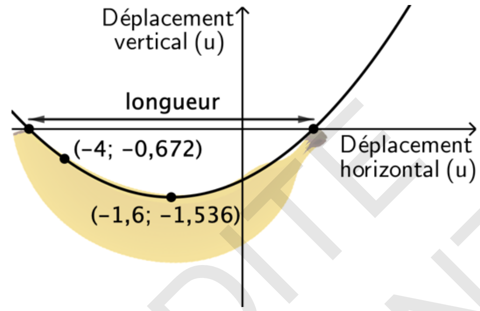
Réponse : ___________________

Exercices

1. La courbure d'une banane s'apparente à une parabole telle que celle qui est représentée dans le plan cartésien ci-contre.

   Chaque unité du plan vaut 2 cm.

   Selon les informations fournies, détermine la longueur de cette banane.

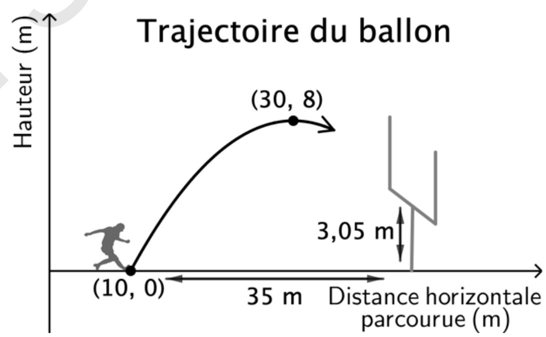


Réponse : ____________________

2. Lors d'une partie de football, un joueur doit botter le ballon entre les poteaux de la zone des buts pour marquer des points. Le ballon doit passer au-dessus de la barre horizontale qui est située à 3,05 mètres du sol en suivant une trajectoire parabolique.

   La distance entre le joueur et le poteau est de 35 mètres.

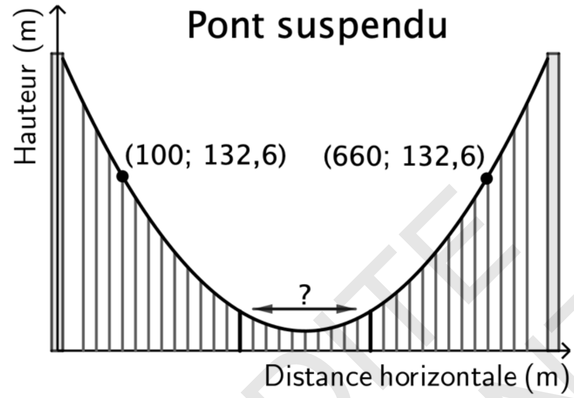
   À l'aide des informations fournies dans le graphique ci-contre, détermine si le joueur a réussi son botté.



Réponse : ____________________

____

3. Un pont suspendu est soutenu par un grand câble dont la forme est parabolique et dont l'équation est $f(x) = 0{,}0015(x-h)^2 + k$. Des plus petits câbles soutiennent le tablier du pont (axe des abscisses) et sont attachés au grand câble, comme le montre la figure ci-contre.

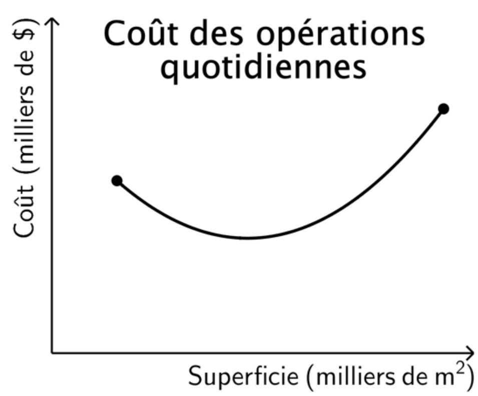


Les câbles d'une longueur de 30 m doivent être changés.

Quelle est la distance horizontale séparant les deux câbles?

Réponse : ____________________

4. Une entreprise désire acquérir un terrain pour y construire une nouvelle usine. En tenant compte des différents facteurs financiers, les comptables de l'entreprise en sont venus à produire le graphique ci-contre qui présente la relation entre la superficie de l'usine (en milliers de m²) et le coût des opérations quotidiennes (en milliers de dollars) pour des usines allant de 1000 à 6000 m². Le coût minimum de 20 000 $ se réalise si la superficie atteint 3000 m². Dans le cas d'une superficie plus grande de 1000 m², le coût passe à 22 500 $.



Si les salaires des employés représentent 40 % du coût des opérations quotidiennes, détermine le montant d'argent qui devra être alloué aux salaires si la superficie de l'usine est de 5000 m².

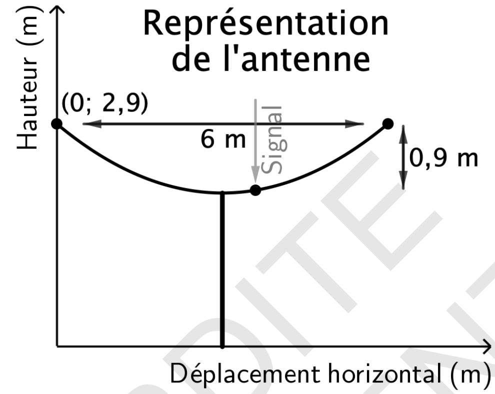
Réponse : ____________________

5. Comme son nom l'indique, une antenne parabolique suit l'allure d'une parabole. Dans le plan ci-contre, on a représenté une coupe transversale de cette antenne lorsqu'elle est orientée vers le haut.

Cette antenne a une largeur totale de 6 mètres et une profondeur maximale de 0,9 m.

Un signal frappe l'antenne en un point situé à une distance horizontale de 0,6 m de son sommet.

À partir du sol, à quelle hauteur l'antenne a-t-elle été frappée?

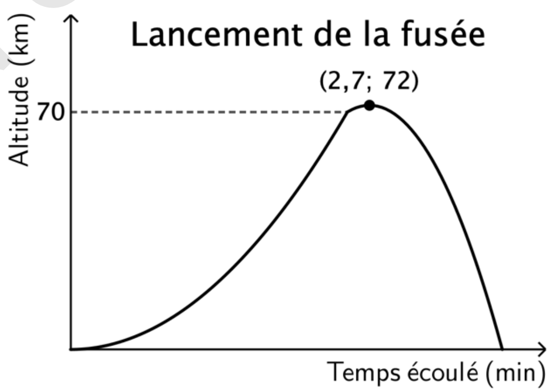


Réponse : ______________________

6. Un réservoir est attaché à une fusée qui décolle et sa trajectoire peut être modélisée par la fonction $f(x) = 11{,}2x^2$ dans laquelle x représente le temps écoulé depuis le décollage de la fusée (en minutes) et $f(x)$, l'altitude du réservoir (en kilomètres).

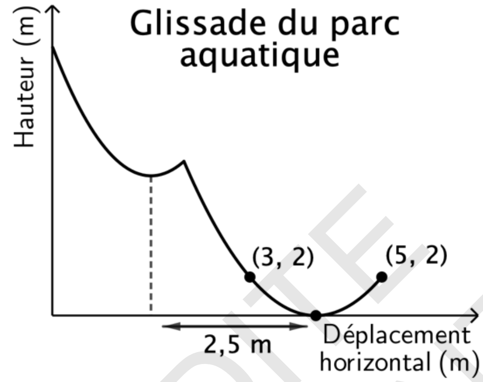
Après avoir atteint une altitude de 70 km, le réservoir se détache et retombe au sol en suivant une trajectoire parabolique.

Selon les informations fournies, combien de temps, après le décollage, le réservoir mettra-t-il avant d'atteindre le sol?



Réponse : ______________________

7. Une conceptrice a imaginé la glissade illustrée ci-contre pour un parc aquatique. Elle est composée de deux parties de paraboles ayant un point en commun, situé à une distance horizontale de 2 mètres du point le plus haut de la glissade.

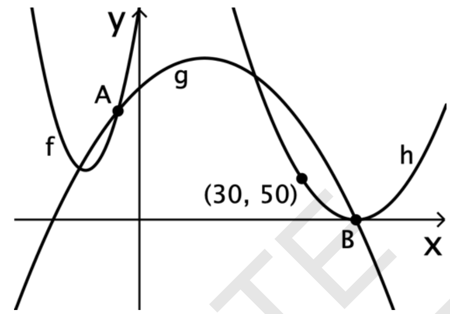


La règle de la première partie de la glissade est $f(x) = a(x - h)^2 + 7{,}25$ dans laquelle x représente le déplacement horizontal (en mètres) et $f(x)$, la hauteur (en mètres). Les sommets des deux paraboles sont séparés par une distance horizontale de 2,5 mètres.

Selon les données fournies, détermine le dénivelé de la glissade, c'est-à-dire la différence de hauteur entre le point le plus haut et le point le plus bas.

Réponse : ______________________

8. Trois fonctions polynomiales du second degré sont représentées dans le plan cartésien ci-contre.



À l'aide des informations suivantes, détermine la règle de la fonction h.

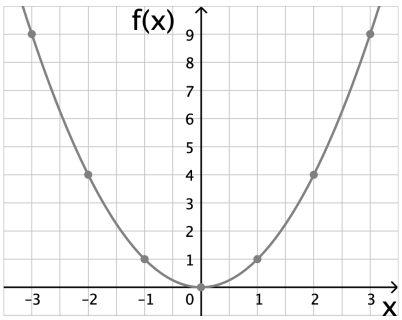
- Le point A appartient à la fois aux fonctions f et g et son ordonnée est de 132.
- La règle de la fonction f est $f(x) = 2(x + 10)^2 + 60$ et celle de la fonction g est $g(x) = -\frac{1}{4}(x - 12)^2 + k$.
- Le point B est situé sur l'axe des abscisses, appartient aux fonctions g et h et est le sommet de la parabole associée à la fonction h.

Réponse : ____________________________

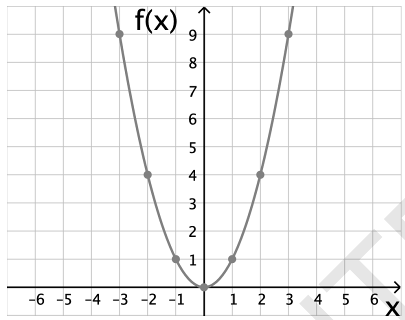
Auto-évaluation 1

1. La fonction quadratique de base est représentée dans les plans cartésiens ci-dessous. Dans chaque cas, représente la fonction transformée demandée.

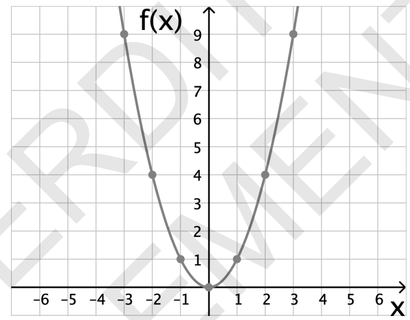
a) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2$



b) $f(x) = \left(\frac{1}{3}x\right)^2$



c) $f(x) = 2(x-3)^2 + 1$



2. Résous chacune des équations suivantes.

a) $3(x+1)^2 = 27$

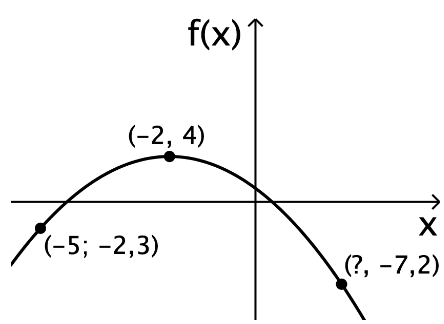
b) $2 = -\frac{1}{2}(x-7)^2 + 10$

c) $100 = \frac{4}{3}(x+6)^2 - 8$

Réponse : ____________________ Réponse : ____________________ Réponse : ____________________

3. Une fonction polynomiale du second degré est illustrée ci-contre.

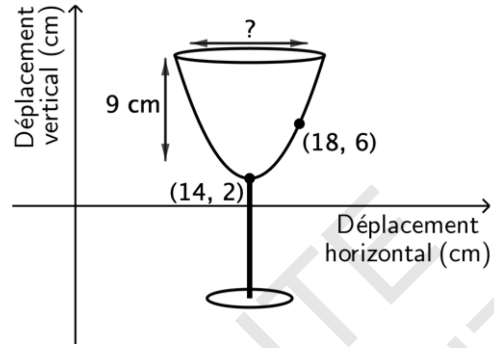
Détermine la donnée manquante.



Réponse : ____________________

4. La coupe transversale d'un verre peut être modélisée à l'aide d'une fonction quadratique.

À l'aide des informations fournies, détermine la largeur du verre.



Réponse : ___________________________

5. Les fonctions quadratiques f et g sont représentées dans le plan cartésien ci-contre.

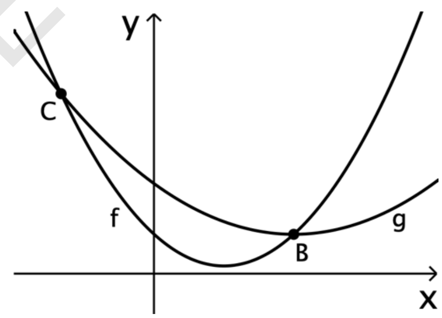
Les points B et C appartiennent aux deux fonctions.

Le point B est le sommet de la parabole associée à la fonction g et son ordonnée est de 30.

L'abscisse du point C est de -2.

La règle de la fonction f est $f(x) = \frac{3}{2}(x-4)^2 + 6$.

À l'aide des informations fournies, détermine $g(12)$.



Réponse : ___________________________

La forme générale
Théorie et mise en situation

La **forme générale** de la fonction quadratique s'écrit sous la forme $\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + c}$.

Voici ses **caractéristiques**.

- Le rôle du paramètre $\boldsymbol{a}$ est le même que celui sous la forme canonique.
- **L'ordonnée à l'origine** est équivalente à la valeur du paramètre $\boldsymbol{c}$.
- **Les coordonnées du sommet** de la parabole peuvent être déterminées en passant de la forme générale à la forme canonique à l'aide de la complétion de carré.
- Les coordonnées du sommet peuvent également être obtenues comme ceci :

Démonstration

$$\boldsymbol{(h, k) \to \left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)}$$

Exemple 1:
Détermine les coordonnées du sommet de la parabole associée à la fonction $f(x) = 2x^2 - 16x + 38$.

En passant de la forme générale à la forme canonique (complétion de carré)

$f(x) = 2x^2 - 16x + 38$

$f(x) =$ ______ (__________________)

$f(x) = 2(x^2 - 8x +$ ______ $-$ ______ $+ 19)$

$f(x) = 2(($____________$)^2 - 16 + 19)$

$f(x) = 2((x-4)^2 +$ ______$)$

$f(x) = 2(x-4)^2 +$ ______

Les coordonnées du sommet sont __________.

En utilisant les coordonnées $\boldsymbol{\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)}$

Abscisse du sommet :

$h = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{\_\_\_\_\_\_}{2 \cdot \_\_\_\_}=$ ______

Ordonnée du sommet :

$k = f($_____$) = 2($_____$)^2 - 16($_____$) + 38$

$k =$ ______

Les coordonnées du sommet sont __________.

Exemple 2 :
La règle de la fonction f est $f(x) = -4(x-3)^2 + 5$.

Quelle est la règle de la fonction f écrite sous sa forme générale?

$f(x) = -4(x-3)^2 + 5$

$f(x) = -4(x-3)(x-3) + 5$

$f(x) = -4$ __________________ $+ 5$

$f(x) =$ _____________________ $+ 5$

$f(x) =$ _____________________

Exercices

1. Associe les règles des fonctions qui sont équivalentes.

A	$y = 2(x-3)^2 + 2$	•	• $y = 2x^2 + 12x + 20$	1
B	$y = 2(x+3)^2 - 2$	•	• $y = 2x^2 - 12x + 20$	2
C	$y = 2(x+3)^2 + 2$	•	• $y = 2x^2 - 12x + 16$	3
D	$y = 2(x-3)^2 - 2$	•	• $y = 2x^2 + 12x + 16$	4

2. Pour chacune des fonctions, détermine les coordonnées :

I. de l'ordonnée à l'origine;

II. du sommet de la parabole associée à la fonction.

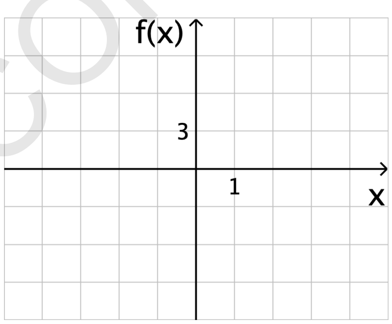
a) $f(x) = 2x^2 - 36x + 142$ b) $g(x) = -8x^2 - 6x + 4$ c) $h(x) = \frac{1}{3}x^2 + 2x - 5$

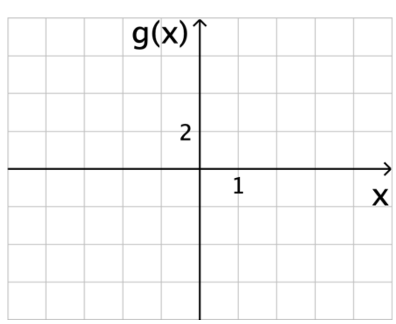
I. ____________ I. ____________ I. ____________

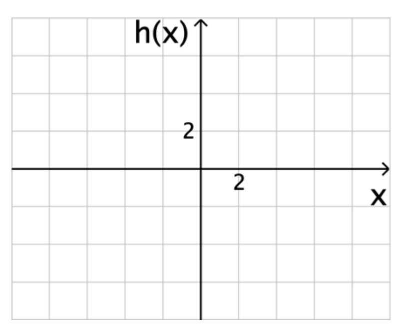
II. ____________ II. ____________ II. ____________

3. Représente graphiquement les fonctions suivantes.

a) $f(x) = -x^2 + 4x + 3$ b) $g(x) = x^2 + 4x$ c) $h(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{11}{2}$







4. Détermine la règle des fonctions suivantes écrite sous la forme canonique.

a) $f(x) = 4x^2 + 48x + 140$ b) $g(x) = -3x^2 + 6x + 9$ c) $h(x) = 5x^2 + 20x + 30$

Réponse : ________________ Réponse : ________________ Réponse : ________________

d) $i(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 8x - 22$ e) $j(x) = x^2 + 10x + 10$ f) $k(x) = \frac{1}{3}x^2 + x + 12$

Réponse : ________________ Réponse : ________________ Réponse : ________________

5. Détermine la règle des fonctions suivantes écrite sous la forme générale.

a) $f(x) = -2(x + 1)^2 - 7$ b) $g(x) = \frac{3}{4}(x - 6)^2 + 14$ c) $h(x) = -(x + 5)^2 + 21$

Réponse : ________________ Réponse : ________________ Réponse : ________________

6. Dans chaque cas, détermine la valeur du paramètre manquant.

a) $f(x) = 3x^2 + bx - 16$

Le point (2, 8) appartient à la fonction f.

b) $g(x) = ax^2 - 8x + 30$

Une des abscisses à l'origine de la fonction g est 6.

c) $h(x) = 2x^2 - 33x + c$

Les coordonnées du sommet de la parabole associée à la fonction h sont (4, 6).

Réponse : ________________ Réponse : ________________ Réponse : ________________

7. Lors d'un festival, les organisateurs de l'événement ont remarqué que le nombre de personnes présentes sur le site du festival peut être déterminé à l'aide de la règle suivante :

$f(x) = -240x^2 + 1440x + 8160$ où x : Temps écoulé depuis le début de la journée (en heures)
$f(x)$: Nombre de personnes présentes sur le site du festival

a) Combien de personnes étaient présentes sur le site au début de la journée?

Réponse : ________________________

b) Quel était le plus grand nombre de personnes présentes sur le site en même temps?

Réponse : ________________________

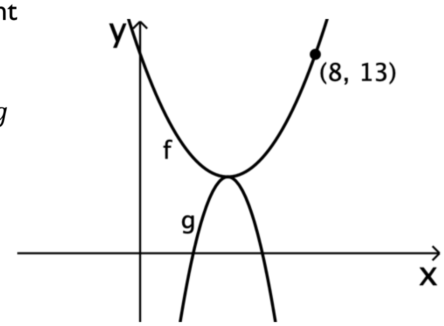
c) Si le festival a débuté à 11 h 00, combien y avait-il de festivaliers sur le site à 16 h?

Réponse : ________________________

8. Les paraboles associées aux fonctions f et g ont le même sommet et sont représentées dans le graphique ci-contre.

La règle de la fonction f est $f(x) = ax^2 - 4x + 13$ et celle de la fonction g est $g(x) = -2x^2 + bx - 27$.

À l'aide des informations fournies, détermine la valeur de $g(12)$.



Réponse : ________________________

La recherche de données manquantes pour la fonction exprimée sous sa forme générale

Théorie et mise en situation

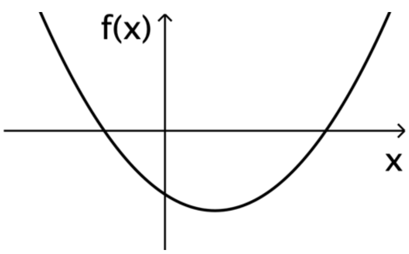
La **résolution** d'une **équation** du **second degré** (ou équation quadratique) à une variable peut être effectuée à l'aide de plusieurs stratégies dont la **factorisation** ou l'utilisation de la **formule quadratique**.

Démonstration

Formule quadratique → $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Exemple 1:

La règle de la fonction f est $f(x) = 2x^2 - 10x - 48$. En utilisant la factorisation, détermine les abscisses à l'origine (ou zéros) de cette fonction.



Étape 1 :
Obtenir une équation de la forme : $0 = ax^2 + bx + c$.

$f(x) = 2x^2 - 10x - 48$

$\_\_\_\_\_\_ = 2x^2 - 10x - 48$

Étape 2 :
Factoriser le polynôme.

$0 = 2(x^2 - \_\_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_\_)$

$0 = 2(\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_)(\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_)$

Étape 3 :
Déterminer les valeurs de x pour lesquelles chaque facteur est équivalent à zéro.

$x_1 + 3 = 0$ $\qquad$ $x_2 - 8 = 0$

$x_1 = \_\_\_\_\_\_$ $\qquad$ $x_2 = \_\_\_\_\_\_$

Réponse : Les abscisses à l'origine de la fonction f sont ______ et ______.

Exemple 2 :

La règle de la fonction g est $g(x) = 3x^2 - 3x - 28$. En utilisant la formule quadratique, détermine les valeurs de x pour lesquelles $g(x) = 8$.

Étape 1 :
Obtenir une équation de la forme : $0 = ax^2 + bx + c$.

$g(x) = 3x^2 - 3x - 28$

$\_\_\_\_\_\_ = 3x^2 - 3x - 28$

$\_\_\_\_\_\_ = 3x^2 - 3x - \_\_\_\_\_\_$ $\qquad$ $\leftarrow a = \_\_\_\_\_\_$, $b = \_\_\_\_\_\_$ et $c = \_\_\_\_\_\_$

Étape 2 :
Appliquer la formule quadratique.

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$x = \frac{-\_\_\_\_ \pm \sqrt{\_\_\_\_ - 4 \cdot \_\_\_\_ \cdot \_\_\_\_}}{2 \cdot \_\_\_\_} = \frac{\_\_\_\_ \pm \sqrt{\_\_\_\_\_\_}}{\_\_\_\_\_\_}$$

$$x = \frac{3 \pm \_\_\_\_\_\_}{6} \qquad x_1 = \frac{3 - \_\_\_\_\_\_}{6} = \_\_\_\_\_\_$$

$$x_2 = \frac{3 + \_\_\_\_\_\_}{6} = \_\_\_\_\_\_$$

Réponse : ______________________

Exercices

1. À l'aide de la factorisation, résous chacune des équations suivantes.

a) $0 = x^2 + 5x - 50$

b) $96 = x^2 + 12x + 32$

c) $-22 = -2x^2 + 5x + 3$

Réponse : ________________ Réponse : ________________ Réponse : ________________

d) $33 = 3x^2 + 6x + 9$

e) $19 = 9x^2 + 24x + 10$

f) $0 = 5x^2 - 70x + 245$

Réponse : ________________ Réponse : ________________ Réponse : ________________

2. À l'aide de la formule quadratique, résous chacune des équations suivantes.

a) $30 = 8x^2 - 10x - 120$

b) $-0{,}91 = x^2 - 10{,}8x - 28$

Réponse : ________________ Réponse : ________________

c) $4 = -\frac{1}{2}x^2 + 6x - \frac{12}{25}$

d) $36 = -0{,}2x^2 + 4{,}6x + 1{,}2$

Indice

Réponse : ________________ Réponse : ________________

3. Pour chacune des fonctions ci-dessous, détermine les abscisses pour lesquelles l'ordonnée est égale à 8.

$f(x) = 2x^2 - 16x + 38$

$g(x) = \frac{1}{3}x^2 + \frac{15}{3}x + \frac{8}{3}$

$h(x) = \frac{3}{4}x^2 + 3x - 1$

Réponse : Fonction f → ______________ Fonction g → ______________ Fonction h → ______________

4. À l'aide des règles données, complète les tables de valeurs suivantes.

a) $f(x) = 3x^2 - x - 14$

x	-3	0	1		
$f(x)$				10	56

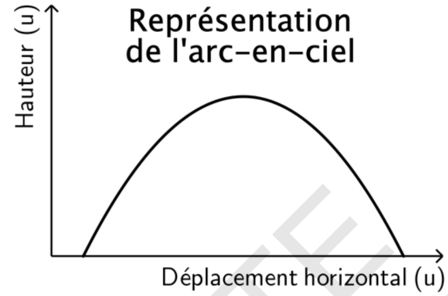
b) $g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 6x - 10$

x	-2	0		8	
$g(x)$			0		-42

5. Sur une image, un arc-en-ciel suit le tracé d'une parabole. La règle suivante permet de modéliser la hauteur d'un point sur l'arc-en-ciel selon le déplacement horizontal.

$g(x) = -\frac{1}{10}x^2 + \frac{6}{5}x - \frac{11}{10}$ où x : Déplacement horizontal (en unités)

$f(x)$: Hauteur (en unités)



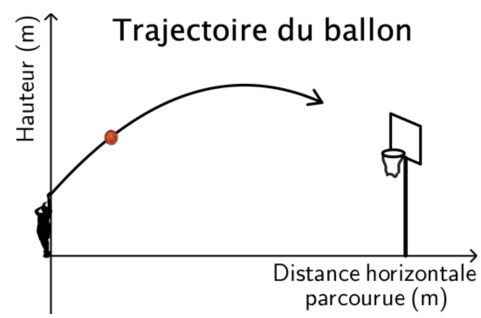
a) À quelle hauteur se situe le point le plus haut de l'arc-en-ciel sur l'image?

Réponse : ____________________

b) Quelle est la largeur de l'arc-en-ciel sur l'image?

Réponse : ____________________

6. Lors d'un lancer au basketball, la trajectoire du ballon peut être déterminée par la règle $f(x) = -0{,}5x^2 + 2{,}5x + 1{,}875$ dans laquelle x représente la distance horizontale parcourue par le ballon (en mètres) et $f(x)$, la hauteur du ballon (en mètres).



a) Lors de ce lancer, quelle est la hauteur maximale atteinte par le ballon?

Réponse : ____________________

b) Sachant que l'anneau est à une hauteur de 3 mètres du sol, quelle distance horizontale le ballon a-t-il parcourue si le joueur a réussi son lancer?

Réponse : ____________________

7. Un enfant laisse s'envoler un ballon rempli d'hélium. La relation entre l'altitude du ballon et le temps écoulé peut être déterminée à l'aide de la fonction $f(x) = 8x^2 + 1$ dans laquelle x représente le temps écoulé depuis que l'enfant a laissé le ballon s'envoler (en secondes) et $f(x)$, l'altitude du ballon (en mètres).

a) À quelle distance du sol se trouvait le ballon lorsque l'enfant l'a laissé s'envoler?

Réponse : ____________________

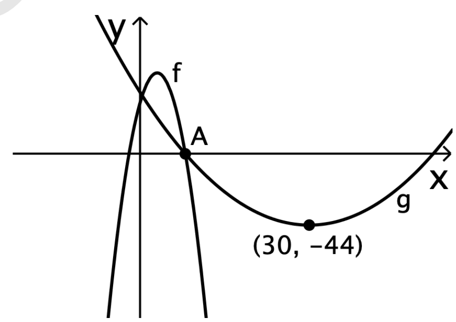
b) Quelle altitude atteint le ballon après quatre secondes?

Réponse : ____________________

c) Combien de secondes se sont écoulées lorsque le ballon atteint une altitude de 289 mètres?

Réponse : ____________________

8. Deux fonctions quadratiques sont illustrées dans le plan cartésien ci-contre.



La règle de la fonction f est $f(x) = -2x^2 + 12x + 32$.

Le point A est situé sur l'axe des abscisses et appartient aux fonctions f et g.

Les coordonnées du sommet de la parabole associée à la fonction g sont (30, -44).

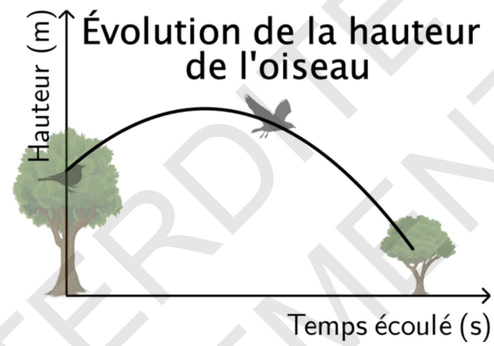
Détermine la règle de la fonction g écrite sous sa forme générale.

Réponse : ____________________

La recherche de données manquantes dans des problèmes contextuels pour la fonction exprimée sous sa forme générale

Exemple 1 :

Un oiseau quitte son nid pour se percher dans un arbre à proximité. La relation entre le temps écoulé (en secondes) et l'altitude de l'oiseau (en mètres) peut être déterminée à l'aide de la fonction suivante :



$f(x) = -x^2 + 4x + 8$ où x : Temps écoulé (en secondes)

$f(x)$: Altitude de l'oiseau (en mètres)

Combien de temps a duré le vol de l'oiseau s'il se pose dans l'arbre à une hauteur de 3 mètres du sol?

Réponse : ______________________

Exemple 2 :

Lors d'une partie de baseball, la trajectoire d'une balle lancée par une joueuse peut être déterminée à l'aide de la fonction polynomiale du second degré suivante :

$f(x) = -0{,}008x^2 + 0{,}32x + 1{,}8$ où x : Distance horizontale parcourue par la balle (en mètres)

$f(x)$: Hauteur de la balle (en mètres)

a) Quelle est la hauteur maximale atteinte par la balle lors de ce lancer?

Réponse : ______________________

b) Quelle distance la balle a-t-elle parcourue si la joueuse qui l'attrape le fait à une hauteur de 1,472 mètre du sol?

Réponse : ______________________

Exercices

1. Lors d'une journée à la bourse, la valeur d'une action a pu être déterminée à l'aide de la fonction polynomiale du second degré $f(x) = 0{,}2x^2 - 1{,}2x + 13{,}8$ dans laquelle x représente le temps écoulé depuis l'ouverture des marchés à 9 h 30 (en heures) et $f(x)$, la valeur de l'action (en dollars). La clôture des marchés a lieu à 17 h.

   a) Lors de cette journée, quelle a été la plus petite valeur de cette action?

   Réponse : ____________________

   b) Quelle aura été l'augmentation de la valeur de cette action au cours de cette journée?

   Réponse : ____________________

   c) À quels moments la valeur de l'action était-elle de 13,25 $?

   Réponse : ____________________

   d) Une personne s'est procuré 1000 de ces actions à 11 h et les a revendues à 16 h 30. À combien s'élèvent les profits générés par la vente de ces actions?

   Réponse : ____________________

2. Lors d'une course de voiture, un pilote effectue une manœuvre pendant laquelle la vitesse de la voiture peut être modélisée à l'aide de la fonction $f(x) = 4x^2 - 24x + 116$ dans laquelle x représente le temps écoulé depuis le début de la manœuvre (en secondes) et $f(x)$, la vitesse de la voiture (en km/h).

a) Quelle était la vitesse de la voiture au début de la manœuvre?

Réponse : ______________________

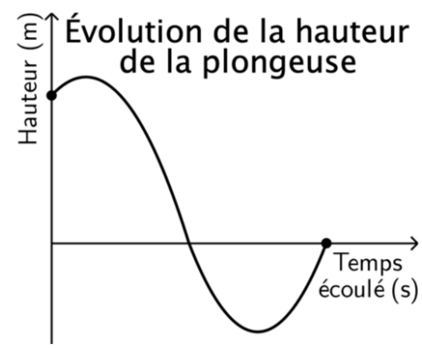
b) Pendant cette manœuvre, quelle était la vitesse minimale atteinte par la voiture?

Réponse : ______________________

c) Combien de temps la manœuvre a-t-elle duré si la voiture roulait à une vitesse de 144 km/h à la fin de celle-ci?

Réponse : ______________________

3. Une plongeuse s'exerce à l'entraînement et un dispositif attaché à sa cheville permet de modéliser son plongeon à l'ordinateur. Le graphique ci-contre présente un de ses plongeons du moment où elle quitte le tremplin jusqu'à ce qu'elle sorte de l'eau.



L'analyse du plongeon a révélé qu'il est possible de modéliser la partie du plongeon à l'extérieur de l'eau à l'aide de la fonction $f(x) = -5x^2 + 5x + 10$ et celle à l'intérieur de l'eau, par la fonction $g(x) = 6(x-3)^2 + k$. Dans les deux cas, x représente le temps écoulé (en secondes) tandis que $f(x)$ et $g(x)$ représentent la hauteur de la plongeuse (en mètres).

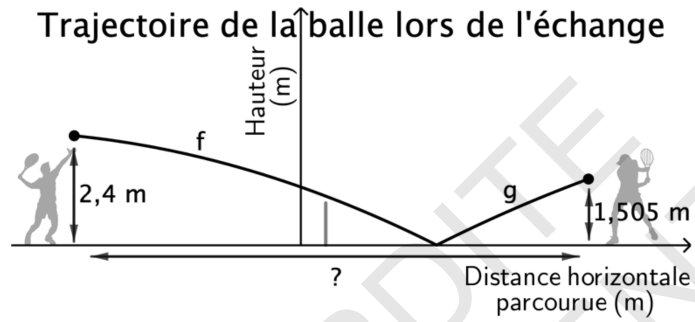
Selon les données fournies, détermine la profondeur maximale atteinte par la plongeuse lors de ce plongeon.

Réponse : ______________________

4. Lors d'un échange dans une partie de tennis, la trajectoire de la balle peut être modélisée par les fonctions quadratiques f et g telles qu'illustrées dans le plan cartésien ci-dessous.

$$f(x) = -\frac{1}{160}x^2 - \frac{7}{40}x + \frac{51}{40}$$

$$g(x) = -\frac{1}{200}(x-31)^2 + \frac{25}{8}$$

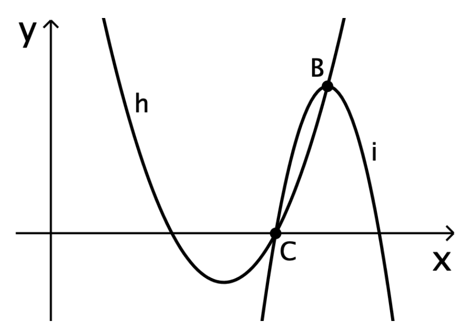


Pour les deux fonctions, x représente la distance horizontale parcourue par la balle (en mètres) tandis que $f(x)$ et $g(x)$ représentent la hauteur de la balle (en mètres).

À l'aide des informations fournies, détermine la distance qui sépare les deux joueurs.

Réponse : ______________________

5. Dans le plan cartésien ci-contre, le point C est situé sur l'axe des abscisses et appartient aux fonctions h et i.



La règle de la fonction h est $h(x) = 3x^2 - 60x + 273$.

Le point B appartient aux fonctions h et i et représente le sommet de la parabole associée à la fonction i. Son abscisse est de 16.

Détermine le résultat du calcul $h(5) - i(18)$.

Réponse : ______________________

6. Le tableau ci-dessous présente des renseignements sur une suite de fonctions quadratiques.

1re fonction	La règle de la fonction f est $f(x) = 2x^2 - 12x + 10$
2e fonction	La règle de la fonction g est $g(x) = a(x - h)^2 + 12$ L'équation de l'axe de symétrie de la parabole associée à la fonction g est $x = 4$. Le point (1, -15) appartient à la fonction g.
3e fonction	La règle de la fonction h est $h(x) = 4x^2 + bx + 84$. Le point (9, 48) appartient à la fonction h.
…	…

Pour qu'elle concorde avec les autres fonctions, quelles doivent être les abscisses à l'origine de la 5e fonction?

Réponse : ___________________________

Auto-évaluation 2

1. La règle d'une fonction quadratique est $f(x) = 3x^2 - 42x + 120$.

a) Détermine les abscisses à l'origine de la fonction f.

Réponse : ________________

b) Détermine les coordonnées du sommet de la parabole associée à la fonction f.

Réponse : ________________

c) Détermine la règle de la fonction f écrite sous sa forme canonique.

Réponse : ________________

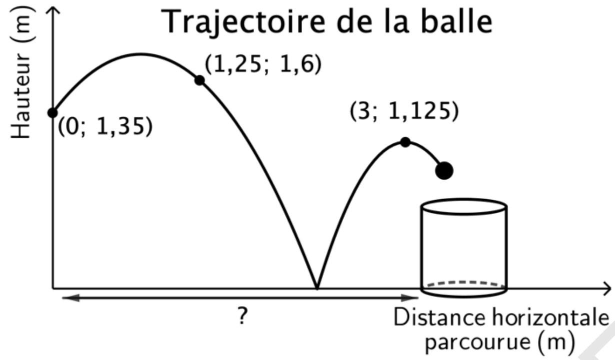
d) Détermine la valeur des abscisses de la fonction f pour lesquelles l'ordonnée est égale à -15.

Réponse : ________________

2. Détermine la règle, écrite sous la forme générale, d'une fonction h pour laquelle $h(-3) = 34$ et dont les coordonnées du sommet de la parabole qui lui est associée sont identiques à celles de la fonction $g(x) = 4x^2 + 64x + 240$.

Réponse : ________________________

3. La trajectoire d'une balle lancée d'une hauteur de 1,35 mètre en direction d'une poubelle circulaire doit rebondir une fois avant d'y entrer. Le graphique ci-dessous illustre la situation.



La balle est entrée dans la poubelle en plein centre.

À l'aide des informations suivantes, détermine la distance à laquelle on a placé la poubelle à partir du lanceur.

- La trajectoire de la balle avant et après avoir touché le sol peut être déterminée à l'aide de fonctions polynomiales du second degré.
- La règle de la trajectoire avant le bond est $f(x) = -0{,}8x^2 + bx + c$ où x représente la distance horizontale parcourue par la balle (en mètres) et $f(x)$, la hauteur (en mètres).
- La balle est lancée d'une hauteur de 1,35 mètre et atteint une hauteur de 1,6 mètre après avoir parcouru une distance horizontale de 1,25 mètre.
- Le diamètre de la poubelle est de 70 cm et sa hauteur, 62,5 cm.

Réponse : ______________________

La forme factorisée
Théorie et mise en situation

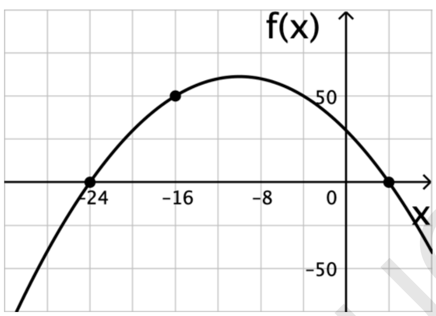
La **forme factorisée** de la fonction quadratique s'écrit sous la forme $\boldsymbol{f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)}$.

Voici ses **caractéristiques**.

- Cette forme est possible seulement si la fonction possède une ou deux abscisses à l'origine.
- Le rôle du paramètre $\boldsymbol{a}$ est le même que celui des autres formes.
- **Les abscisses à l'origine (zéros)** sont équivalentes aux valeurs de $\boldsymbol{x_1}$ et $\boldsymbol{x_2}$.
- Les **coordonnées du sommet** de la parabole associée à la fonction peuvent être obtenues comme ceci :

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)\right)$$

Exemple 1:
Détermine la règle de la fonction quadratique suivante.



Étape 1 :
Remplacer les abscisses à l'origine dans la règle.

$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

$f(x) = a(x - \_\_\_\_\_)(x - \_\_\_\_\_)$

Étape 2 :
Remplacer les coordonnées d'un point dans la règle.

$\_\_\_\_\_ = a(\_\_\_\_\_ + 24)(\_\_\_\_\_ - 4)$

Étape 3 :
Isoler le paramètre a.

$\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ a$

$\_\_\_\_\_ = a$

La règle de la fonction est $f(x) =$ ____________________

Exemple 2 :
La règle de la fonction g est $g(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 4x + 32$

Quelle est la règle de la fonction g écrite sous sa forme factorisée?

Étape 1 :
Effectuer une mise en évidence du paramètre a.

$$g(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 16$$

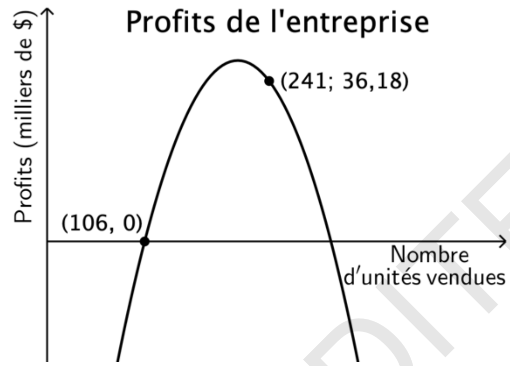
$$g(x) = \_\_\_\_\_\ (x^2 + \_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_)$$

Étape 2 :
Factoriser le trinôme.

$$g(x) = -\frac{1}{2}(x + \_\_\_\_\_)(x - \_\_\_\_\_)$$

Exemple 3 :

Une entreprise se spécialise dans la fabrication de chevaux en bois pour enfants. En considérant les coûts de fabrication et les investissements initiaux, ses profits évoluent selon une fonction quadratique. Le graphique ci-contre montre la relation entre le nombre d'unités vendues et les profits réalisés (en milliers de dollars).



Quels sont les profits maximaux générés par l'entreprise s'ils sont atteints en vendant 207 chevaux en bois?

Réponse : ______________________

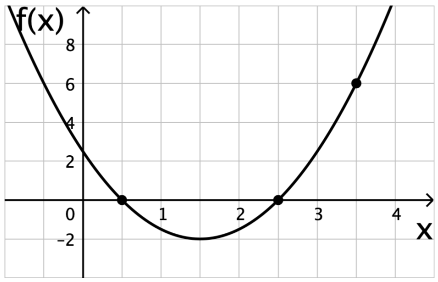
Exercices

1. Associe chacune des règles avec la description qui lui correspond.

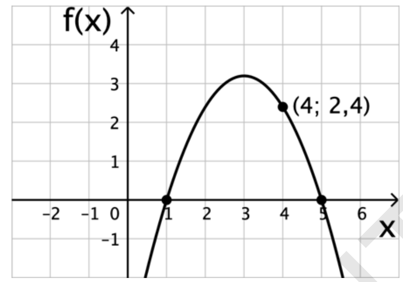
A	$f(x) = 2(x-4)(x+2)$	Les abscisses à l'origine de la fonction sont -2 et -4 et la parabole qui lui est associée est orientée vers le haut.	1
B	$g(x) = -2(x+4)(x+2)$	Les abscisses à l'origine de la fonction sont -4 et 2 et la parabole qui lui est associée est orientée vers le bas.	2
C	$h(x) = 2(x+4)(x+2)$	Les abscisses à l'origine de la fonction sont -4 et -2 et la parabole qui lui est associée est orientée vers le bas.	3
D	$i(x) = -2(x+4)(x-2)$	Les abscisses à l'origine de la fonction sont -2 et 4 et la parabole qui lui est associée est orientée vers le haut.	4

2. Détermine la règle de chacune des fonctions quadratiques suivantes.

a)



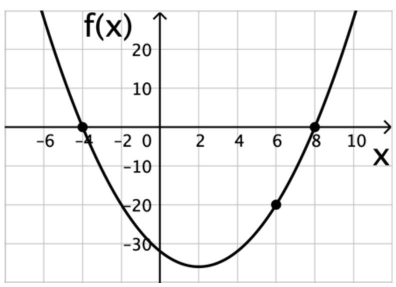
b)



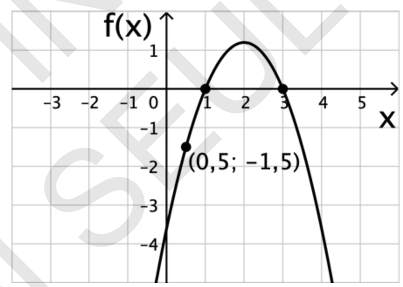
Réponse : ______________________

Réponse : ______________________

c)



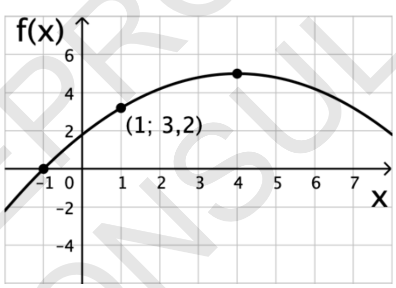
d)



Réponse : ______________________

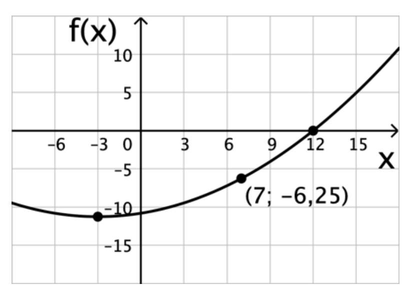
Réponse : ______________________

e)



Indice

f)



Réponse : ______________________

Réponse : ______________________

3. Pour chacune des fonctions, détermine les autres formes d'écriture.

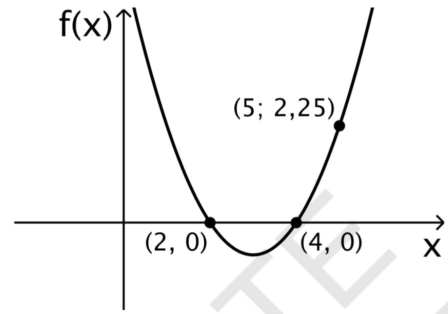
	Forme canonique	Forme générale	Forme factorisée
a)	$f(x) = -3(x+4)^2 + 27$		
b)			$g(x) = -(x+6)(x-10)$
c)		$h(x) = 2x^2 + 4x - 16$	
d)			$i(x) = -\frac{1}{2}(x-9)(x+1)$

4. Pour chacune des fonctions, détermine les coordonnées du sommet de la parabole, les abscisses à l'origine et l'ordonnée à l'origine associées à la fonction.

	Fonction	Coordonnées du sommet	Abscisses à l'origine	Ordonnée à l'origine
a)	$f(x) = -2(x+2)(x-4)$			
b)	$g(x) = -(x+5)(x-5)$			
c)	$h(x) = \frac{3}{4}(x-6)(x-18)$			
d)	$i(x) = \frac{1}{3}x(x+12)$			

5. Le graphique ci-contre montre la représentation d'une fonction polynomiale du second degré.

Selon les informations données, détermine $f(8)$.



Réponse : ____________________________

6. L'allure du toit d'un hangar de 50 mètres de large est parabolique. À une distance de 10 mètres de l'un ou l'autre des ancrages au sol, le toit du hangar se situe à une hauteur de 8 mètres.

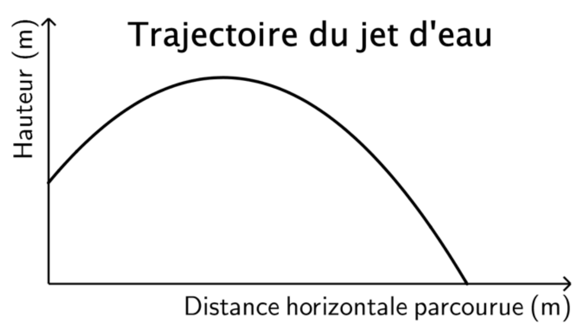
Quelle est la hauteur maximale du hangar?

Indice

Réponse : ____________________________

7. Un jet d'eau est projeté par un canon à eau à une distance de 12 mètres en suivant une trajectoire parabolique et atteint une hauteur maximale après avoir franchi une distance horizontale de cinq mètres.

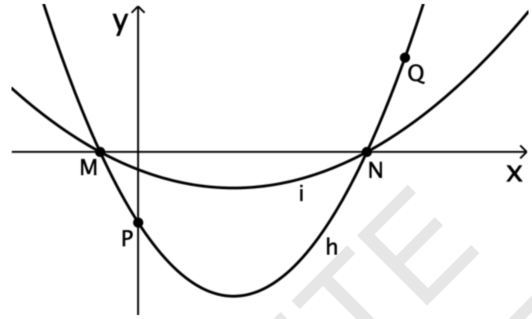
Si le canon a une hauteur de 1,2 mètre, quelle hauteur atteint le jet d'eau à 8 mètres du canon?



Indice

Réponse : ____________________________

8. Les fonctions h et i sont représentées dans le plan cartésien ci-contre.



Les points M et N sont situés sur l'axe des abscisses et appartiennent aux deux fonctions.

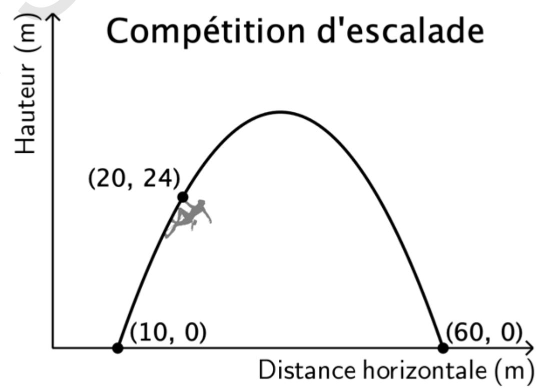
Les coordonnées du point Q sont (14, 64).

La règle de la fonction i est $i(x) = \frac{1}{2}x^2 - 5x - 12$.

Sachant que le point P est situé sur l'axe des ordonnées, détermine ses coordonnées.

Réponse : ______________________

9. Lors d'un événement d'escalade sur paroi rocheuse, les participants doivent tenter de compléter le parcours en passant d'un côté à l'autre de la paroi parabolique.



À un certain moment, une participante ayant entrepris le parcours se trouve à une hauteur de 24 mètres après avoir franchi une distance horizontale de 20 mètres à partir du début du parcours (représenté par l'origine).

Détermine la distance horizontale qui la séparera du début parcours lorsqu'elle aura atteint une hauteur de 31,5 mètres lors de sa descente.

Réponse : ______________________

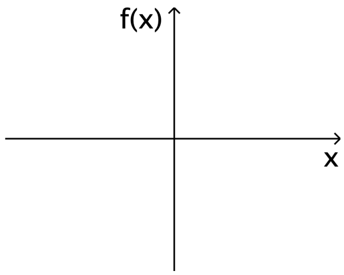
La résolution d'une inéquation du second degré à une variable

Théorie et mise en situation

Exemple :

Les côtés du rectangle illustré ci-contre mesurent $(2x - 8)$ cm et $(x - 10)$ cm.

Détermine les valeurs de la variable x pour lesquelles l'aire de ce rectangle est supérieure ou égale à 110 cm².



Réponse : ______________________

La **résolution** d'une **inéquation** du **second degré** à **une variable**.

Exemple 1 :

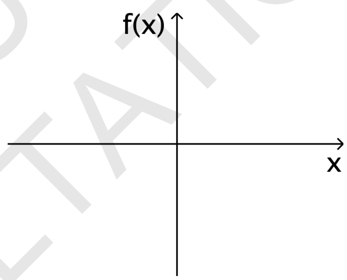
$$-2(x-8)^2 + 18 \geq 10$$

Exemple 2 :

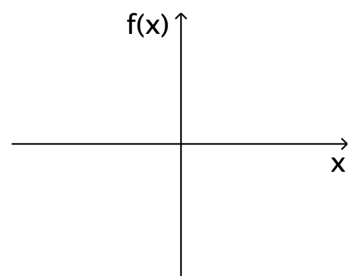
$$3x^2 - 24x + 28 > 88$$

Étape 1 :
Représenter graphiquement la parabole associée à l'inéquation.

Exemple 1 : $f(x) = -2(x-8)^2 + 18$



Exemple 2 : $f(x) = 3x^2 - 24x + 28$



Étape 2 :
Résoudre l'équation et interpréter les solutions.

Exemple 1 :

$-2(x-8)^2 + 18 = 10$

$-2(x-8)^2 =$ _____

$(x-8)^2 =$ _____

$x - 8 =$ _____

$x - 8 =$ _____

$x_1 - 8 =$ _____ $\quad x_2 - 8 =$ _____

$x_1 =$ _____ $\quad x_2 =$ _____

Réponse : ______________________

Exemple 2 :

$3x^2 - 24x + 28 = 88$

$3x^2 - 24x -$ _____ $= 0$

$3($____________$)($____________$) = 0$

$x_1 + 2 =$ _____ $\quad x_2 - 10 =$ _____

$x_1 =$ _____ $\quad x_2 =$ _____

Réponse : ______________________

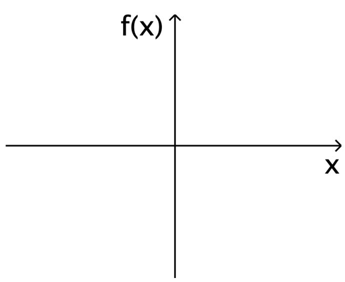
Exercices

1. Dans chaque cas, détermine si la valeur donnée fait partie de l'ensemble-solution de l'inéquation.

	$x = 5$		$x = -1$		$x = \frac{1}{2}$	
a) $2(x-7)^2 - 15 > 70$	Oui ☐	Non ☐	Oui ☐	Non ☐	Oui ☐	Non ☐
b) $x^2 - 6x + 12 \leq 20$	Oui ☐	Non ☐	Oui ☐	Non ☐	Oui ☐	Non ☐
c) $-\frac{1}{3}(x+4)(x+8) \geq -13$	Oui ☐	Non ☐	Oui ☐	Non ☐	Oui ☐	Non ☐

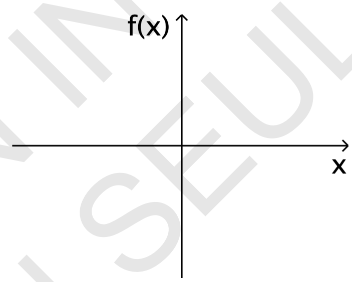
2. Représente d'abord la parabole associée à chacune des inéquations suivantes, puis détermine leur ensemble-solution sous la forme d'un intervalle.

a) $-2(x-6)^2 + 12 \geq 10$



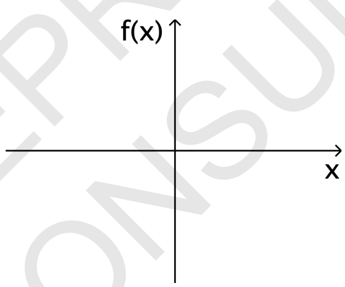
Réponse : ______________________________

b) $x^2 - 2x + 12 \leq 20$



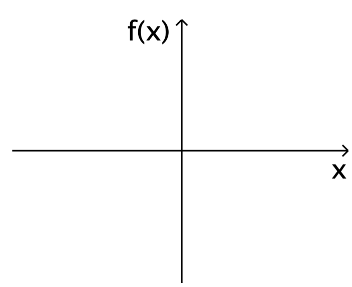
Réponse : ______________________________

c) $\frac{3}{4}x^2 + 12x + 33 > 177$



Réponse : ______________________________

d) $-3(x+8)(x-2) \leq 27$



Réponse : ______________________________

3. Associe chaque inéquation à l'intervalle représentant son ensemble-solution.

A	$3x^2 - 48x + 212 > 68$	$x \in \left]-\infty, 4\right] \cup \left[12, +\infty\right[$	1
B	$3x^2 - 48x + 212 \geq 68$	$x \in [4, 12]$	2
C	$3x^2 - 48x + 212 \leq 68$	$x \in \left]-\infty, 4\right[\cup \left]12, +\infty\right[$	3
D	$3x^2 - 48x + 212 < 68$	$x \in \left]4, 12\right[$	4

4. Résous les inéquations suivantes et représente l'ensemble-solution à l'aide d'un intervalle.

a) $-5(x + 10)^2 + 40 > -365$

Réponse : ______________________________

b) $2x^2 + 28x + 82 > -8$

Réponse : ______________________________

c) $\frac{3}{2}(x - 12)^2 - 26 \leq 124$

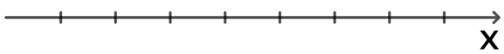
Réponse : ______________________________

d) $-4(x + 2)(x - 6) \leq 64$

Réponse : ______________________________

5. Résous les inéquations suivantes et représente l'ensemble-solution à l'aide d'une droite numérique.

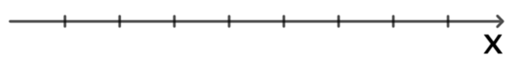
a) $-4(x-1)^2+6>-10$



b) $x^2-10x+28\leq 7$

c) $-2x^2-20x-74\leq -26$

d) $\frac{1}{2}(x+15)(x+5)>-12$



6. Parmi les inéquations suivantes, détermine celles :

1. qui n'ont aucune solution;
2. dont l'ensemble-solution est représenté par l'ensemble des nombres réels.

Indice

A	$\frac{1}{2}(x-10)^2+15>7$	B	$\frac{1}{2}(x-10)^2+15\leq 23$	C	$\frac{1}{2}(x-10)^2+15<2$
D	$-3(x+5)^2-8\geq -20$	E	$-3(x+5)^2-8>2$	F	$-3(x+5)^2-8\leq 0$

1. ____________________ 2. ____________________

7. Le produit de deux multiples de 3 positifs et consécutifs est d'au moins 378.

Détermine la plus petite valeur possible du plus grand de ces multiples.

Réponse : ____________________

8. Trois enfants comparent le nombre de billes qu'ils ont apportées au parc. Yohan en a quatre de moins que Karim. Quant à Sophia, elle a apporté un nombre de billes équivalent au produit de celles apportées par Yohan et Karim. Lorsqu'on regroupe les billes des trois enfants, on obtient moins de 59 billes.

Détermine le nombre de billes que Sophia pourrait avoir apportées.

Réponse : ____________________

9. La mesure de la longueur d'un rectangle est équivalente à 8 dm de moins que le quadruple de sa largeur.

Détermine les valeurs possibles de la longueur de ce rectangle si son aire est supérieure à 96 dm^2 et d'au plus 320 dm^2.

Réponse : ________________________

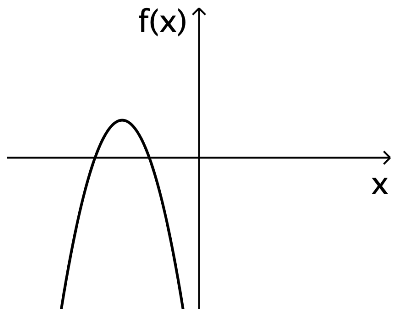
10. Les cathètes d'un triangle rectangle mesurent $(x + 5)$ cm et $(3x + 9)$ cm.

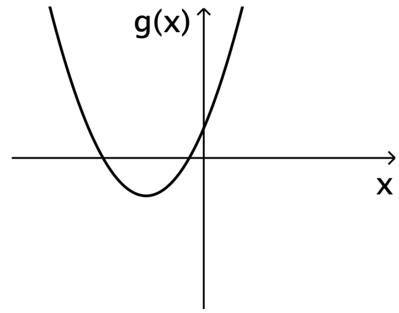
Détermine l'intervalle dans lequel se situe la variable x pour que la mesure de l'hypoténuse du triangle soit inférieure à 26 cm.

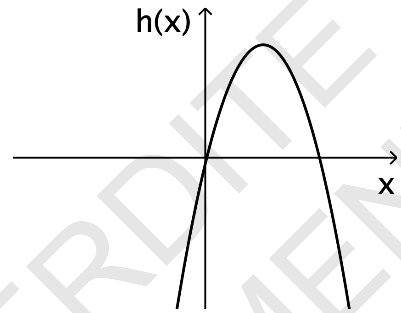
Réponse : ________________________

Consolidation

1. Pour chacune des fonctions quadratiques suivantes, détermine si les valeurs des paramètres a, h et k sont positives ou négatives.







Valeur du paramètre a est ________ Valeur du paramètre a est ________ Valeur du paramètre a est ________

Valeur du paramètre h est ________ Valeur du paramètre h est ________ Valeur du paramètre h est ________

Valeur du paramètre k est ________ Valeur du paramètre k est ________ Valeur du paramètre k est ________

2. Pour chacune des fonctions, détermine les autres formes d'écriture.

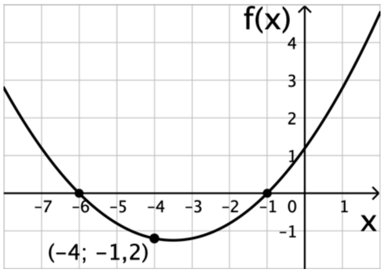
	Forme canonique	Forme générale	Forme factorisée
a)			$f(x) = 2(x-4)(x-10)$
b)		$g(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 2x + 9$	
c)	$h(x) = -(x+1)^2 + 4$		

3. Pour chacune des fonctions, détermine les coordonnées du sommet de la parabole, les abscisses à l'origine et l'ordonnée à l'origine associées à la fonction.

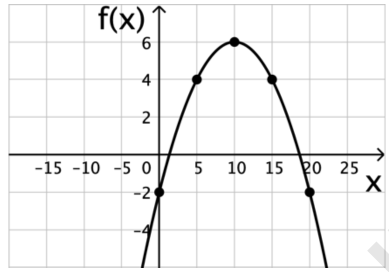
	Fonction	Coordonnées du sommet	Abscisses à l'origine	Ordonnée à l'origine
a)	$f(x) = x^2 + 8x + 15$			
b)	$g(x) = -\frac{1}{2}(x+2)(x-6)$			
c)	$h(x) = \frac{3}{5}(x-7)^2 - \frac{27}{5}$			

4. Détermine la règle des fonctions quadratiques suivantes.

a)



b)



Réponse : ________________________ Réponse : ________________________

5. Résous chacune des équations suivantes.

a) $4(2x+1)(x-6)=0$ b) $-1=-2(x-11)^2+7$ c) $5=6x^2+21x+20$

Réponse : __________________ Réponse : __________________ Réponse : __________________

d) $\frac{1}{3}(x+6)^2-30=18$ e) $-30=-8x^2+34x$ f) $-0{,}4x^2-1{,}8x+26=0{,}8$

Réponse : __________________ Réponse : __________________ Réponse : __________________

6. Résous les inéquations suivantes et représente l'ensemble-solution à l'aide d'un intervalle.

a) $\frac{1}{3}(x-1)^2 - 4 \geq 8$

Réponse : ____________________

b) $3(x-4)(x-8) < 180$

Réponse : ____________________

7. Dans chaque cas, détermine la valeur des paramètres manquants dans la règle à l'aide des informations données.

a) $f(x) = a(x-h)^2 + 14$

L'axe de symétrie de la parabole qui est associée à la fonction f est $x = -6$ et le point (-1, 4) appartient à la fonction.

Réponse : ____________________

b) $g(x) = ax^2 + 7x + 10$

Le point (3, -5) appartient à la fonction g.

Réponse : ____________________

c) $h(x) = -2(x-h)^2 + k$

Les points (5, -9) et (11, -9) appartiennent à la fonction h.

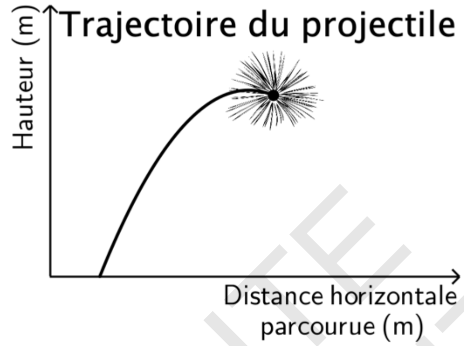
Réponse : ____________________

d) $i(x) = a(x-8)(x-x_2)$

Le sommet de la parabole associée à la fonction i est (10, 4) et $i(7) = -5$.

Réponse : ____________________

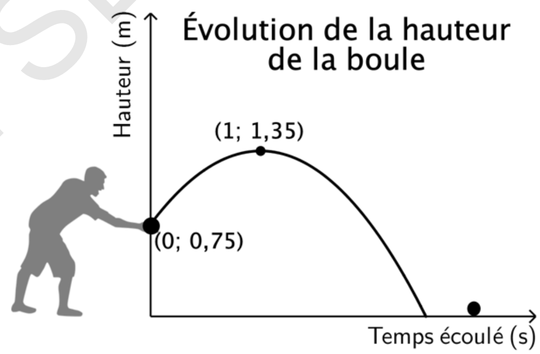
8. La finale d'un spectacle consiste à surprendre les spectateurs avec des feux d'artifice. Le graphique ci-contre présente la trajectoire d'un des projectiles utilisés. La règle qui permet de modéliser la trajectoire du projectile est $f(x) = -1{,}5x^2 + 12x - 10{,}5$ dans laquelle x représente la distance horizontale parcourue (en mètres) et $f(x)$, la hauteur du projectile (en mètres).



Si le projectile a explosé après avoir franchi une distance horizontale supplémentaire de 0,2 mètre après celle qui lui permettait d'atteindre sa hauteur maximale, à quelle hauteur a-t-il explosé?

Réponse : ______________________

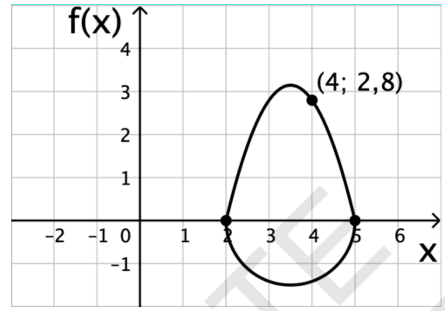
9. Lors d'une partie de pétanque, Francis essaie de lancer sa boule le plus près possible d'une autre petite boule, appelée le but ou cochonnet. La hauteur de la boule suit l'allure d'une fonction quadratique. Le graphique ci-contre montre la situation.



Combien de temps la boule de Francis a-t-elle mis pour atteindre le sol?

Réponse : ______________________

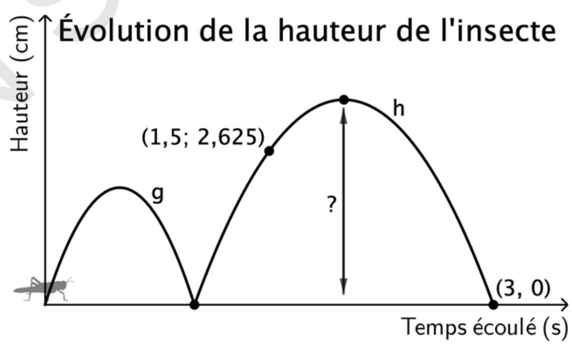
10. Une enseignante de mathématiques a demandé à ses élèves de représenter un œuf dans un plan cartésien. Coralie a opté pour un demi-cercle surmonté d'une parabole, comme le montre le graphique suivant.



En unités, quelle est la hauteur de l'œuf représenté?

Réponse : ______________________

11. Un insecte effectue deux sauts consécutifs qui suivent l'allure de fonctions quadratiques.

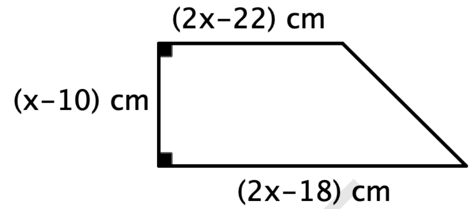


La règle qui modélise le premier saut est $g(x) = -8x^2 + 8x$ dans laquelle x représente le temps écoulé (en secondes) et $g(x)$, la hauteur (en cm).

À l'aide des informations fournies, détermine la hauteur du second saut.

Réponse : ______________________

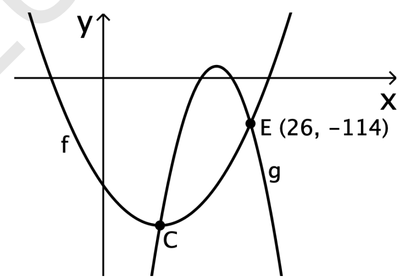
12. À l'aide des mesures fournies dans la figure ci-contre, détermine les mesures possibles de la hauteur du trapèze afin que son aire soit supérieure à 32 cm².



Réponse : ____________________

13. À l'aide des informations ci-dessous détermine la règle de la fonction f.

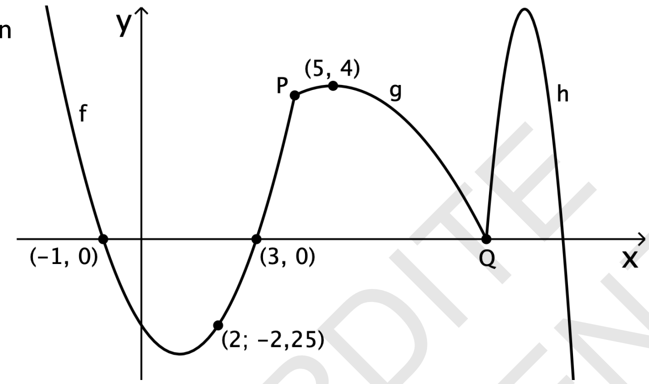
- La règle de la fonction g est $g(x) = -4x^2 + bx - 1570$.
- Les points E et C appartiennent aux deux fonctions.
- Le point C est le sommet de la parabole associée à la fonction f et son ordonnée est de -370.



Réponse : ____________________

14. Le graphique ci-dessous montre les fonctions f, g et h. À l'aide des informations données, détermine $h(12)$.

- Le point P appartient aux fonctions f et g et son ordonnée est de 3,75.
- Le point Q est l'un des points de l'axe des abscisses et appartient aux fonctions g et h.
- La règle de la fonction h est $h(x) = a(x - 10)^2 + 6$.



Réponse : ______________________

15. Voici une liste d'informations liées à des fonctions polynomiales du second degré.

1re fonction	Les coordonnées du sommet de la parabole associée à la fonction f sont (-4, 2) et elle passe par le point (-2, 3).
2e fonction	$g(x) = \frac{1}{2}x^2 + 5x + \frac{23}{2}$
3e fonction	Les zéros de la fonction h sont -8 et -4 et le point (-1, 21) appartient à la fonction.
…	…
6e fonction	$k(x) = a(x - h)^2 + k$

Pour qu'elle concorde avec les autres fonctions, quelle doit être la règle de la fonction k écrite sous la forme canonique?

Réponse : ______________________